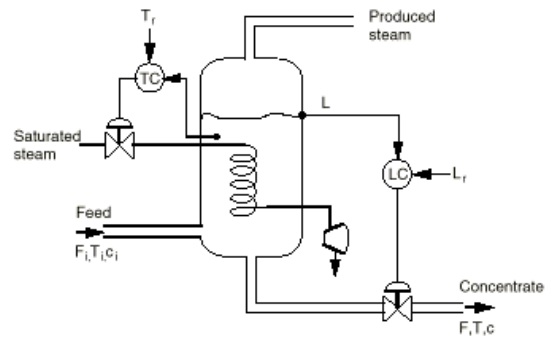
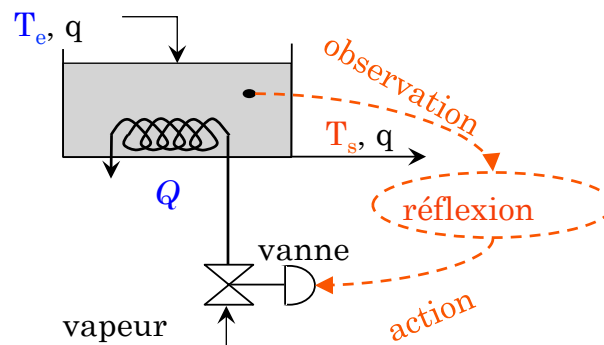


Contrôle - Commande de Procédés



Contrôle - Commande de Procédés

Chapitre I : introduction

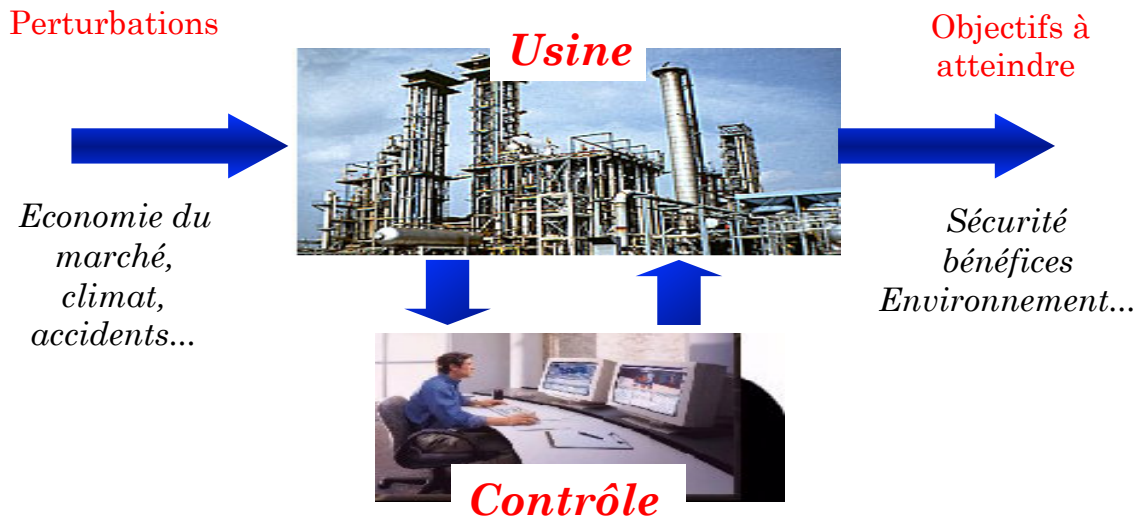


Nécessité du contrôle dans l'industrie chimique (i)

- *Spécifications des produits*
- *Sécurité*
- *Environnement, normes*
- *Contraintes opérationnelles*
- *Economique.*

Nécessité du contrôle dans l'industrie chimique (ii)

- Quels sont les objectifs du contrôle - commande de procédés ?

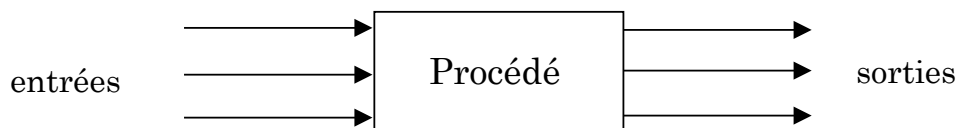


5

Définition d'un procédé

- Du point de vue de l'automaticien

Procédé = ensemble complexe d'appareillage fonctionnant dans le but d'obtenir un produit ou un service

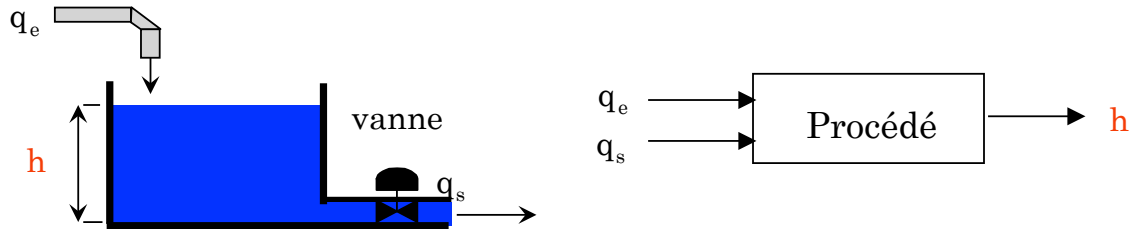


- entrées = *grandeurs incidentes* (susceptibles de modifier les sorties) :
 - manipulée : *commande*
 - non manipulée : *perturbation*
- sorties = *grandeurs à maîtriser*

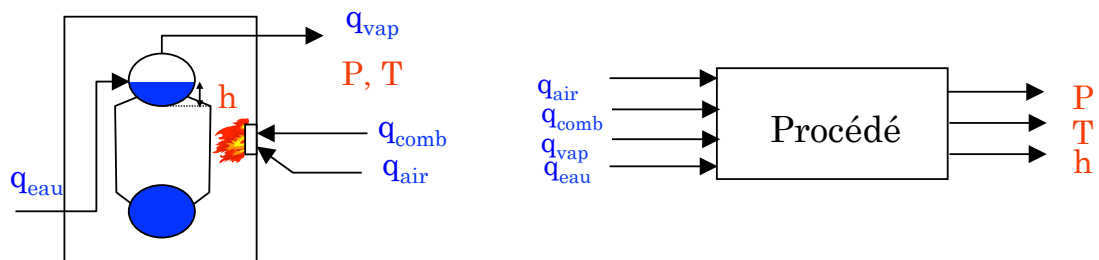
6

Exemples

- Stockage de produit liquide dans un réservoir



- Générateur de vapeur



7

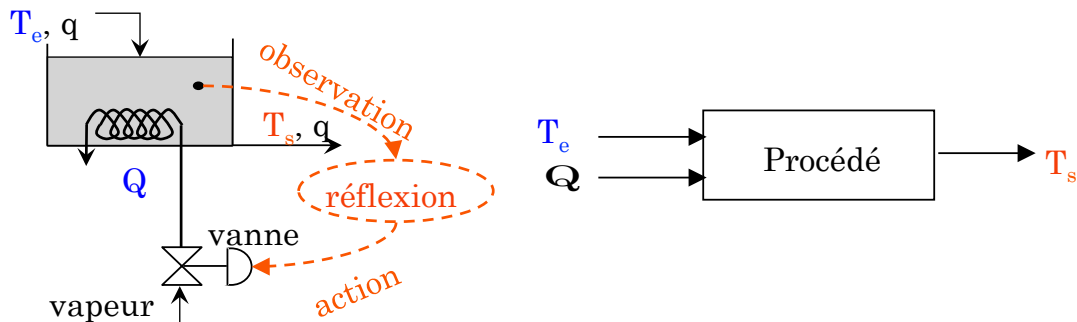
Les trois étapes de la régulation

- Rappel sur les objectifs de la régulation : garantir un *fonctionnement* du procédé *conforme* à l' *objectif final*, *sécurité* du personnel, *qualité* du produit etc...
- Pour atteindre ce résultat, trois étapes essentielles peuvent être distinguées :
 - ❶ l' *observation* des grandeurs à maîtriser,
 - ❷ la *détection* éventuelle d' un *écart* par rapport à l' objectif,
 - ❸ l' *action* sur une ou plusieurs des *grandeurs incidentes*
- La suite de ces trois étapes est appelée *chaîne de régulation*

8

Exemple

- Régulation de température. Objectif : *maintenir* T_s *constant*



- **Observation** : la température T_s est *mesurée* par le dispositif d'observation
- **Détection** de l'écart éventuel et réflexion sur les lois d'évolution à mettre en œuvre
- **Action** : ouverture de la vanne modifiant l'apport de chaleur Q , donc T_s .

9

Les moyens de la régulation : observation d'un procédé

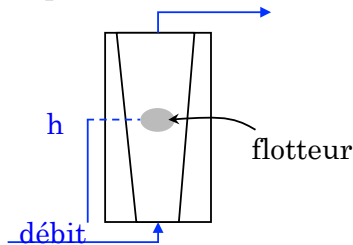
- En général, les grandeurs physiques qu'il faut contrôler ne sont *pas directement observables*.
- Afin d'obtenir des informations fiables et quantifiables et quantifiables pour le *contrôle*, on doit donc disposer de *grandeurs auxiliaires* dont les variations sont en rapport avec celles des grandeurs à maîtriser.
- \Rightarrow Utilisation d'un *appareil de mesure* spécifique pour chaque grandeur à observer.
- La grandeur auxiliaire doit être :
 - *facilement exploitable* afin de permettre d'élaborer un signal représentatif de la grandeur à observer,
 - pouvoir être *transmise sur une grande distance* afin d'être utilisée par le dispositif de régulation placé dans une salle de contrôle

10

Mesure d'une grandeur

- Les principales grandeurs à mesurer :
 - *Pression, débit, température* d'un fluide en mouvement
 - *Niveau, masse volumique, pH, composition* d'un liquide stocké dans un réacteur
 - *Déplacement, vitesse, accélération* pour des organes mécaniques en mouvement (moteurs, vannes etc...)
- La mesure peut être *locale*. L'appareil de mesure est alors constitué :
 - d'un *capteur* : élément sensible à la grandeur que l'on veut mesurer
 - d'un *indicateur* : dispositif commandé par le capteur qui permet la visualisation de la mesure.

- Exemple : le rotamètre (débitmètre à flotteur)



capteur : flotteur

indicateur : règle graduée indiquant h

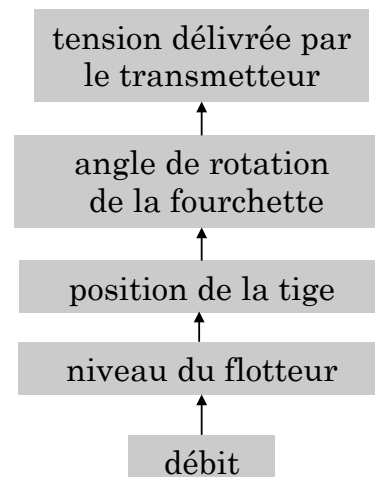
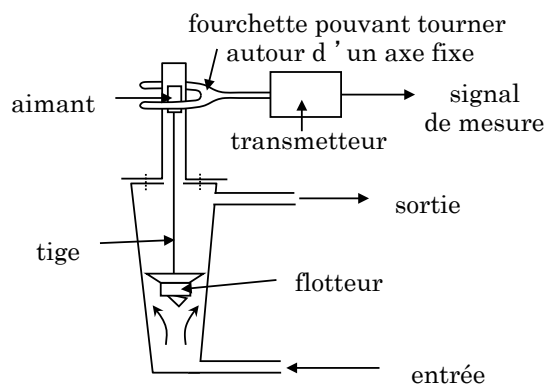
Calibrage $h=f(q)$

11

Transmission de la mesure

- La mesure peut aussi être *transmise à distance*. Dans ce cas, l'appareil de mesure doit servir de *convertisseur* de signal et il est constitué :
 - d'un *capteur*
 - d'un *transmetteur*, dispositif permettant d'élaborer un signal image de la mesure.

- Exemple du rotamètre :



12

Nature des signaux transmis

- Du point de vue industriel, la nature du signal transmis dépend de
 - son aptitude à être transmis sur de *longues distances*,
 - *sans distorsion* au cours du transport,
 - en conservant un niveau d'énergie compatible avec un rapport *signal/bruit important*.
- On distingue deux types de signaux :
 - *pneumatiques*, où l'information est véhiculée par la pression de l'air dans une canalisation,
 - *électriques*, où l'information est véhiculée par une tension ou une intensité de courant.
- Les plus *commodes* à utiliser sont les transmissions *électriques*, sauf pour des raisons de *sécurité* notamment en *atmosphère déflagrante*.

13

Caractéristiques du dispositif de mesure

- Les niveaux extrêmes des signaux sont toujours *normalisés* et on raisonne la plupart du temps en *pourcentage* de l'échelle du transmetteur.
- *Table de correspondance* générale des transmetteurs :

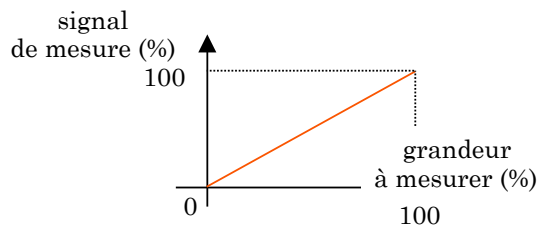
Echelle du transmetteur		0 %	100 %
Valeurs extrêmes	Des signaux pneumatiques	0.2 bar	1 bar
	Des signaux électriques	4 mA 0 mA 0 V 1 V	20 mA 20 mA 10 V 5 V

- Les principales *caractéristiques* d'un dispositif de mesure doivent être :
 - *précision* et *linéarité* (mesurer une masse de 1kg au mg près est difficile),
 - le *domaine d'utilisation* (un débit de lait ne se mesure pas comme un débit d'essence),
 - les *conditions d'emploi* en pression, température, etc... (une sonde classique de pH mètre ne résiste pas à une pression de 15 bars)

14

Exemple de non linéarité

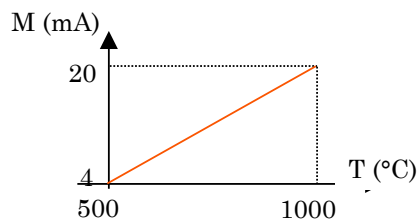
- Dans la plupart des cas on cherche à obtenir une relation *linéaire* entre la grandeur à mesurer et le signal de mesure :



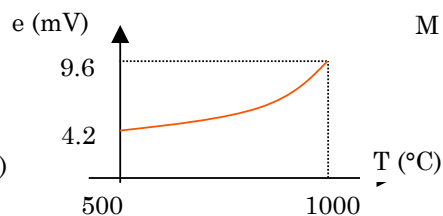
Cependant, les variations du *signal du transmetteur* ne varient *pas toujours linéairement* par rapport aux variations de la *grandeur à observer*.

- Exemple : Mesure de la T° d'un four entre 500°C et 1000°C à l'aide d'un thermocouple platine

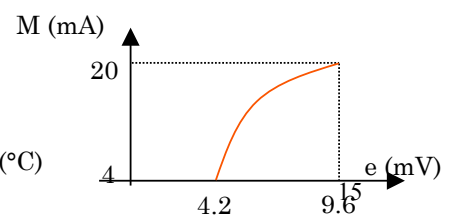
a) *Objectif* : obtenir une caractéristique M/T *linéaire*



b) Courbe fournie par le constructeur du thermocouple



c) \Rightarrow mise en œuvre d'un *dispositif interne* au transmetteur

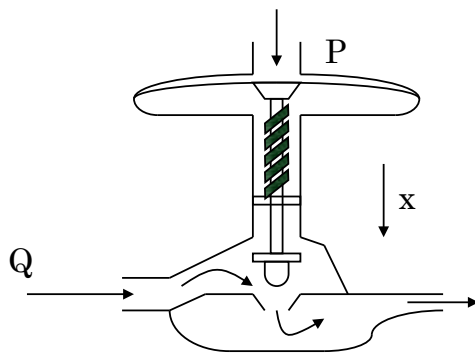


Commande d'un procédé

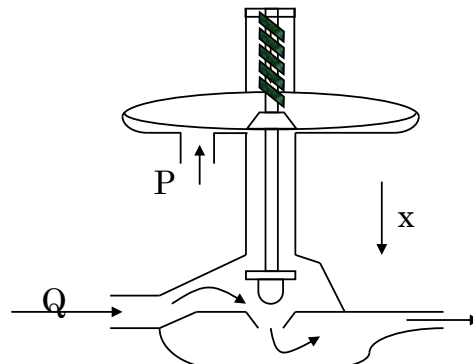
- Lorsque les *grandeurs à maîtriser* s'écartent des *valeurs désirées*, il est nécessaire d'agir sur certaines *grandeurs incidentes* convenablement choisies.
- On utilise alors des appareils appelés *actionneurs*. Exemple :
 - Pour régler un courant électrique : *alimentation de puissance*.
 - Pour modifier un débit ou une pression de fluide : *vannes*.
- Les types de vannes les plus rencontrés :
 - Vannes *Tout Ou Rien* (T.O.R.),
 - » ne fonctionnent que sur deux états : ouvert ou fermé,
 - » coût *faible*.
 - Vannes *progressives à commande pneumatique*,
 - » Les plus utilisées,
 - » permettent un *réglage plus fin* que les T.O.R.,
 - » les plus *onéreuses*.

Vannes progressives à commande pneumatique

■ Description de la vanne



vanne
Normalement *Ouverte* (N.O.)



vanne
Normalement *Fermée* (N.F.)

- vanne N.F. : vanne dont l'ouverture augmente quand le signal de commande croît,
- vanne N.O. : vanne qui se ferme d'autant plus que le signal de commande augmente.

17

Choix d'un organe de puissance

- On ne peut pas utiliser des techniques avancées de contrôle-commande si les organes de mesure et de commande n'ont pas été choisis en adéquation avec le procédé et en fonction des conditions d'exploitation imposées.
- Quelques critères de choix d'un actionneur :
 - considérations économiques
 - sécurité (exclure les actionneurs électriques en zone déflagrante)
 - contraintes opérationnelles :
 - » le fluide véhiculé à travers la vanne peut être :
 - corrosif,
 - chargé de particules solides (érosion, encrassement),
 - cristalisable (dépôt)
 - maintenu à P et T° variables
 - » conditions d'écoulement (laminaire, turbulent)
 - » l'environnement (possibilité de vibration des conduites, température variables qui dilate les matériaux ⇒ dysfonctionnement de la vanne)

18

Notion de CV et de coefficient de réglage

- CV = Coefficient de Vanne. Grandeur utilisée afin de pouvoir *choisir* et *comparer* les capacités des différentes vannes.
- Pour les fluides *incompressibles* :

$$CV = 1.156 \cdot Q \cdot \sqrt{\frac{d}{\Delta P}}$$

avec : Q = débit de fluide (m^3/h),
 d = densité du fluide par rapport à l' eau,
 ΔP = différence de pression du fluide à travers la vanne (**bar**)

- Pour les fluides *compressibles* : il faut tenir compte de la *température* et des *pressions* en amont et en aval de la vanne.
- Par définition, le *coefficient de réglage* (ou *rengeabilité*) d' une vanne est donné par :

$$r = \frac{CV_{\max i}}{CV_{\min i}} = \frac{Q_{\max i}}{Q_{\min i}}$$

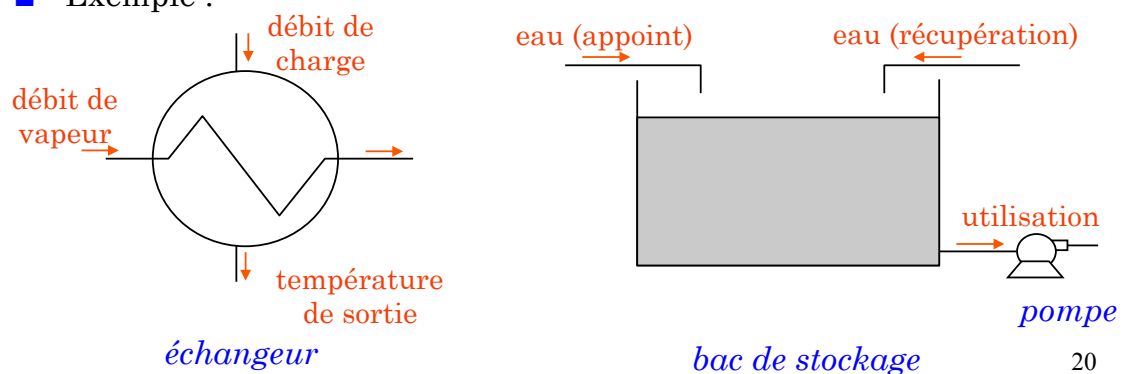
- Ce coefficient permet de définir la *plage de fonctionnement* normale de la vanne.

19

Terminologie, représentation normalisée

- Schéma du procédé : On utilise le *Plan de Circulation des Fluides (P.C.F.)* : schéma faisant apparaître les *éléments*, les *matériels* et les *flux de fluides* nécessaires au fonctionnement du procédé.
 - les *appareils* : cuves, réacteurs, tuyaux...
 - la *nature* et le *sens d'écoulement* des fluides,
 - les *organes de puissance* : pompes, agitateurs motorisés...
 - l' *indication* des grandeurs *utiles*.

- Exemple :



20

Schéma T.I.

- $T = \text{Tuyauterie}$, $I = \text{Instrument}$.
- Plus complet que le P.C.F., il indique en plus
 - les appareils de *mesure* (dispositifs d'observation),
 - les appareils de *contrôle* et de *calcul* (organes de réflexion),
 - les *actionneurs* (organes d'action),
 - les différentes *liaisons* entre ces appareils.
- Représentation normalisée d'une *liaison*
 - procédé
 - - - - - liaison électrique
 - // — // — liaison pneumatique
- Représentation des *appareils de mesure*
 - utilise en un cercle + indication de localisation de l'appareil



Montage
sur site



Montage
en local
technique



Montage
en salle
de contrôle 21

Schéma T.I.

- Dans les cercles :
 - la première lettre indique la *grandeur primaire mesurée* :
 - » P : pression, T : température, L : niveau, F : débit, A : analyse, PD : pression différentielle
 - les lettres suivantes indiquent le *type d'appareil et/ou sa fonction* :
 - » T : transmetteur, I : indicateur, A : alarme, S : sécurité, R : enregistreur
 - Le *niveau actif* est également indiqué
 - » L : bas, H : haut

Exemples



Transmetteur
de pression



Indicateur de
température



Enregistreur de
débit (monté en
salle de contrôle)



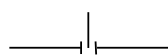
Analyseur



Alarme de
pression
haute




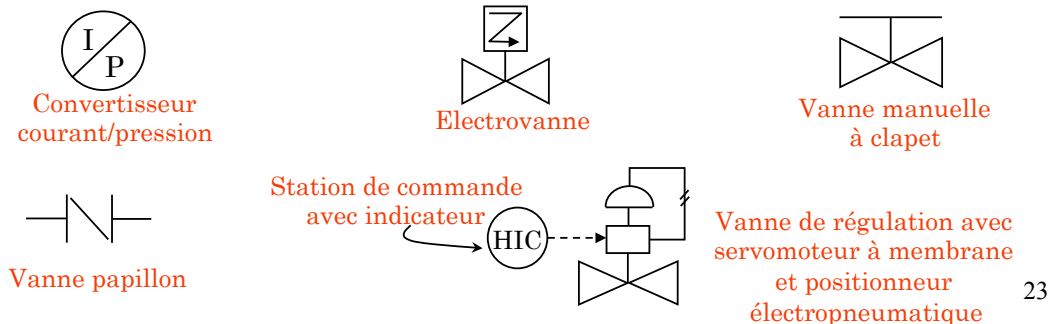
Alarme de
niveau bas
(salle de contrôle)



Capteur de
débit - diaphragme

Schéma T.I.

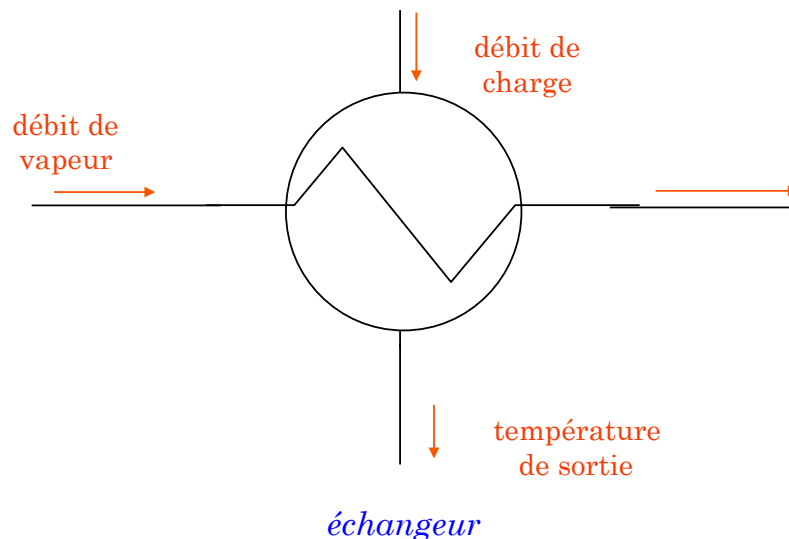
- Représentation des *appareils de calcul* : elle est opérée en ajoutant le symbole *Y* à côté de l'indication de la grandeur primaire traitée et en indiquant la *fonction traitée* dans un cadre réservé.
- Exemple :  indique une extraction de racine carrée sur un débit, en *salle de contrôle*.
- Les principales fonctions sont :
 - Σ : sommateur, X : multiplicateur, *A/R* : module avance/retard, $\sqrt{\quad}$: extracteur de racine carrée, \int : intégrateur.
- Représentation des actionneurs :



23

Exercice : schéma T.I d'un échangeur

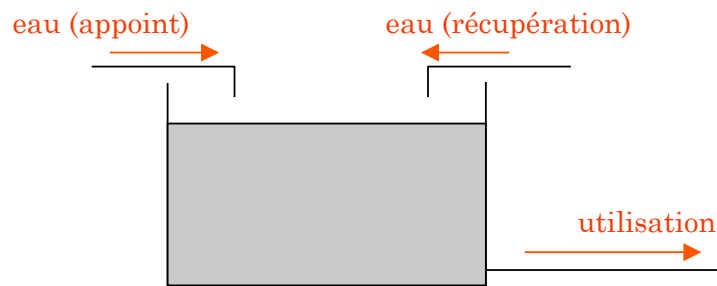
- Objectif : instrumenter l'échangeur ci-dessous de manière à pouvoir *maîtriser la température de sortie de la charge* traversant l'échangeur.



24

Exercice : schéma T.I. d'un bac de stockage

- Objectif : instrumenter le bac de stockage ci-dessous de façon à pouvoir *maîtriser le niveau de liquide* dans le bac.

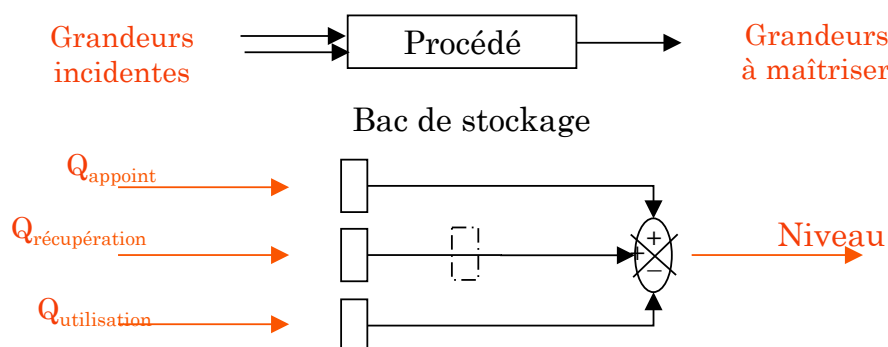


bac de stockage

25

Schéma fonctionnel

- Les *schémas T.I.* sont souvent *complexes* \Rightarrow difficile d'élaborer une stratégie de régulation.
- \Rightarrow Nécessité de l'emploi d'un schéma dit « *fonctionnel* », où ne figurent que les *grandeurs à maîtriser* et les *grandeurs incidentes*.
- Lorsqu'un procédé même élémentaire, possède plusieurs grandeurs à maîtriser, on utilise autant de schémas qu'il y a de grandeurs à maîtriser :

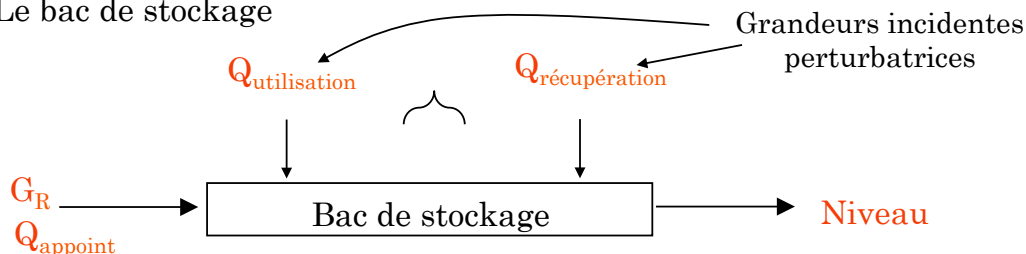


26

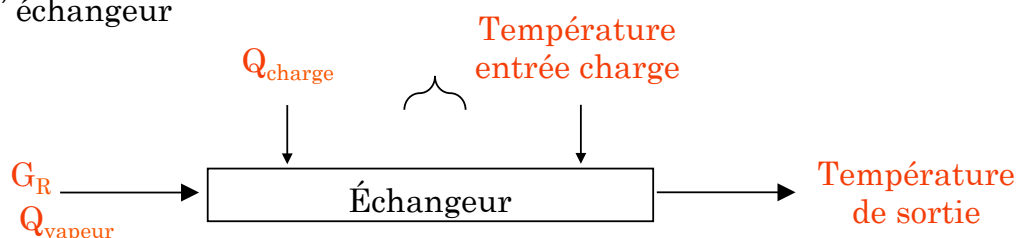
Hypothèse de la monoboucle de régulation

- La stratégie de régulation la plus simple consiste à commander une *seule grandeur incidente par grandeur à maîtriser*. Cette grandeur commandée sera appelée *grandeur réglante* (G_R).

- Le bac de stockage



- L'échangeur



27

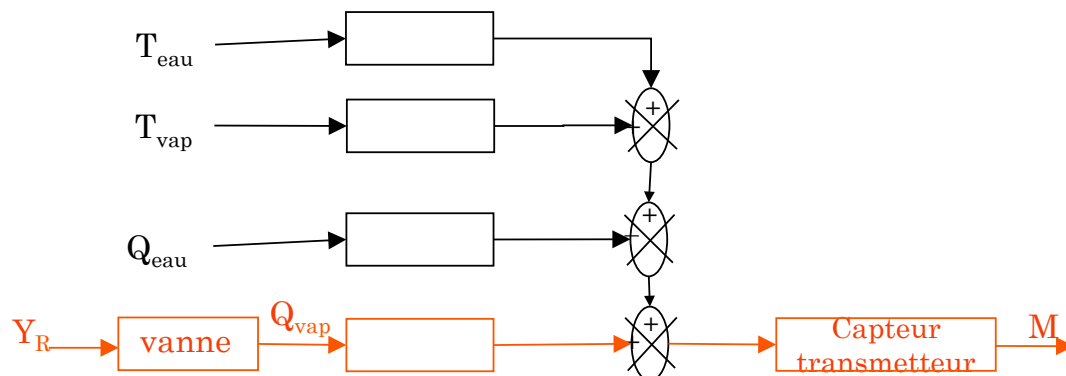
Choix de la grandeur réglante

- Parmi toutes les grandeurs incidentes au procédé, comment choisir la grandeur réglante ?
- Cette étape est *primordiale*, notamment pour les *performances* de la régulation mise en œuvre par la suite.
- Le choix de la grandeur réglante doit tenir compte de plusieurs aspects :
 - impératifs de *sécurité*,
 - du *poids* de l'influence de cette grandeur sur la grandeur à maîtriser,
 - de sa *rapidité* d'action,
 - de la *liberté d'action* sur cette grandeur, qui ne peut donc pas être une grandeur à maîtriser d'une autre boucle de régulation.

28

Schéma fonctionnel détaillé

- Le choix de la grandeur réglante passe donc nécessairement par la connaissance de *toutes* les grandeurs incidentes.
- Or, la plupart du temps, le schéma T.I. ne fait pas apparaître l'ensemble des grandeurs incidentes. On introduit alors le *schéma fonctionnel détaillé*.
- Exemple : l'échangeur de chaleur



29

Caractéristiques statiques d'un système

- Définitions propres aux schémas fonctionnels :
 - grandeurs de *sortie* : grandeurs observées
 - grandeurs d'*entrée* : grandeurs incidentes (réglantes ou perturbations)
 - grandeurs *réglées* : G_M , grandeurs à maîtriser
 - L'*association* d'une grandeur *réglée* à une seule grandeur *réglante* est appelée *système élémentaire*.
 - Un *procédé* est alors considéré comme une *association* de systèmes élémentaires.
- Une *caractéristique statique* d'un système donne les valeurs d'une grandeur de *sortie* en fonction de celles d'une grandeur d'*entrée*, en régime *permanent*, les autres grandeurs d'entrée étant maintenues à des valeurs *constantes*.
- Les caractéristiques les plus intéressantes sont celles qui lient la grandeur *réglée* à la grandeur *réglante*. Dans la pratique l'appellation de caractéristique statique, sans indication particulière, désigne toujours l'une de ces courbes.

30

Caractéristique statique d'un système

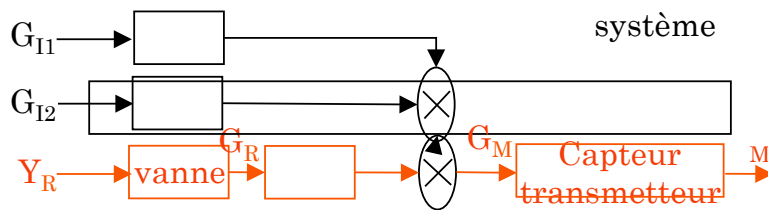


Schéma fonctionnel complet

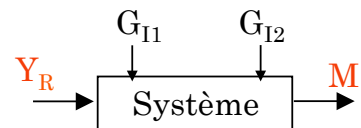
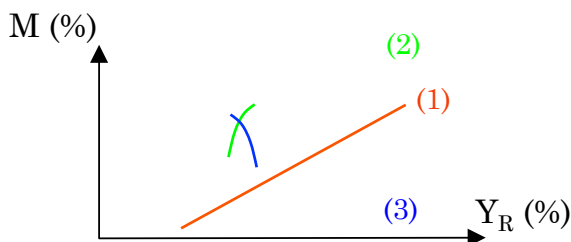


Schéma fonctionnel simplifié

- Exemples de caractéristiques statiques les plus communes



Le type de caractéristique (*croissante* ou *décroissante*, *linéaire* ou *pas*), influe sur le *choix* d'un éventuel *régulateur*

31

Exemple : la vanne de réglage

- La vanne de réglage est caractérisé par la relation suivante :

$$Q = kS \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

- où : Q : débit volumique de fluide (m^3/s)
 k : coefficient constant dépendant des unités employées,
 S : la section de passage du fluide (m^2),
 ΔP : la différence de pression aux bornes de la vanne (Pa),
 ρ la masse volumique du fluide (kg/m^3).

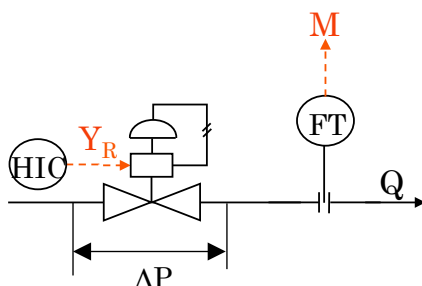


Schéma T.I

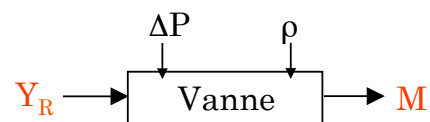
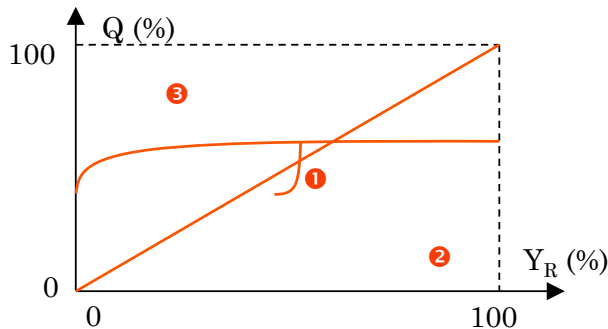


Schéma fonctionnel simplifié

32

Caractéristique intrinsèque d'une vanne de réglage

- L'expression liant M et Y_R est alors uniquement fonction de la *relation* entre S et Y_R (ΔP et ρ constantes). C'est ce qu'on appelle la *caractéristique intrinsèque* de la vanne.
- Suivant la *réalisation technologique*, en particulier la *forme du bouchon* qui vient obturer le passage du fluide, différentes allures sont possibles :



- ① linéaire
- ② exponentielle ou « égal pourcentage »
- ③ logarithmique ou « ouverture rapide »

- L'utilisation d'une vanne *inadéquate* est la principale cause de la *non-linéarité* des caractéristiques des procédés.

33

Exemple : mélange en ligne

- Certaines opérations de mélange peuvent être réalisées *directement sur les lignes de transfert* reliant les unités de fabrication aux bacs de stockage = *mélange en ligne*.

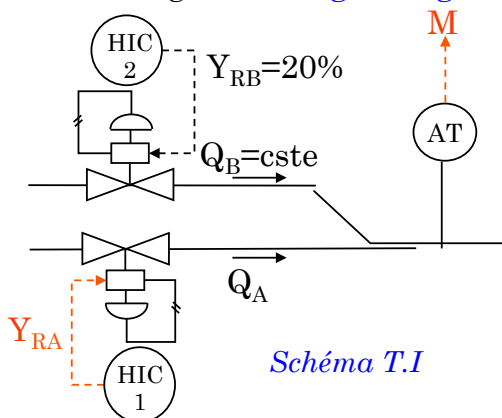


Schéma T.I

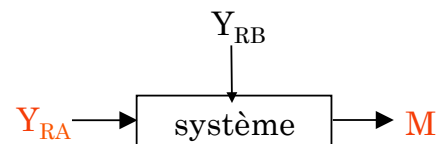
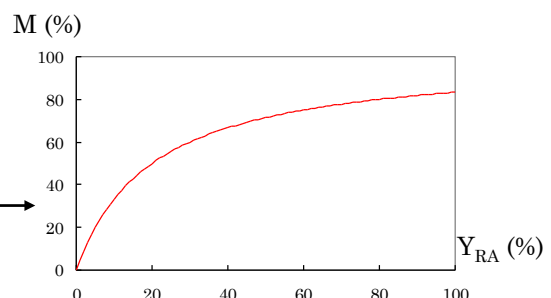


Schéma fonctionnel simplifié

- Utilisation de *vannes linéaires*

$$M(\%) = \frac{Y_{RA}}{Y_{RA} + 20} \times 100 \Rightarrow \text{caractéristique non linéaire}$$

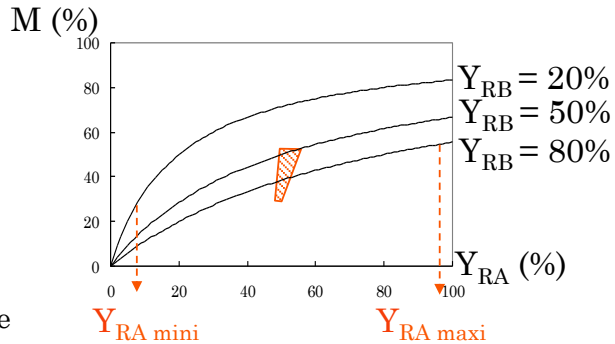


Influence d'une perturbation

- Les variations des grandeurs *perturbatrices modifiant* la grandeur de sortie, on est conduit à tracer un *réseau complet* de caractéristiques statiques.

- Cas du mélange en ligne

$$M(\%) = \frac{Y_{RA}}{Y_{RA} + Y_{RB}} \times 100$$



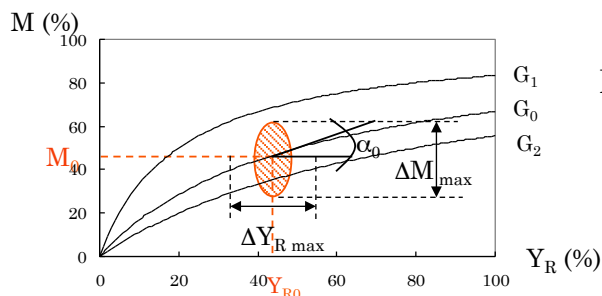
- Mise en évidence de :

- la *non linéarité* du système
- l'influence de la *perturbation*,
- la *zone de fonctionnement probable* qui dépend :
 - » des *valeurs extrêmes* de la perturbation,
 - » de la *puissance de commande disponible* i.e. : $Y_{RA \text{ mini}}, Y_{RA \text{ maxi}}$.

35

Point de fonctionnement

- Cas de la *régulation de maintien* : agir sur Y_R pour maintenir M à sa valeur fixe désirée.



M = point de fonctionnement pour $Y_R = 45\%, M = 45\%$

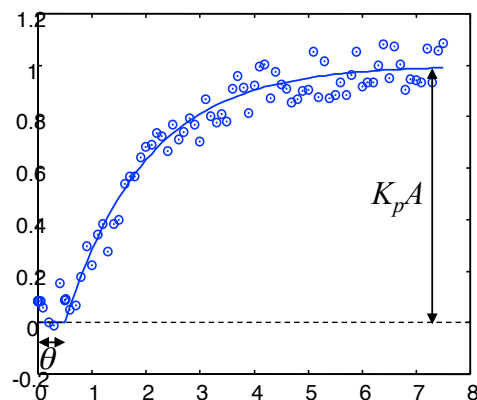
$$\text{Gain statique : } K = \frac{\Delta M}{\Delta Y_R}$$

- *Point de fonctionnement* = point d'intersection de la droite verticale correspondant à Y_{R0} et de la caractéristique correspondant à l'état actuel des perturbations.
- En général, on *linéarise* la caractéristique du système autour de ce point i.e. : *faibles variations* ΔY_R ou de $\Delta G_0 \Rightarrow$ faibles variations de $M \Rightarrow$ on peut assimiler les portions de courbes caractéristiques à des *droites* d'angle α_0 .

36

Contrôle - Commande de Procédés

Chapitre II : dynamique des systèmes linéaires



$$G(s) = \frac{K_p e^{-\theta s}}{\tau_p s + 1}$$

$$\theta = ?, \tau_p = ?, K_p = ?$$

37

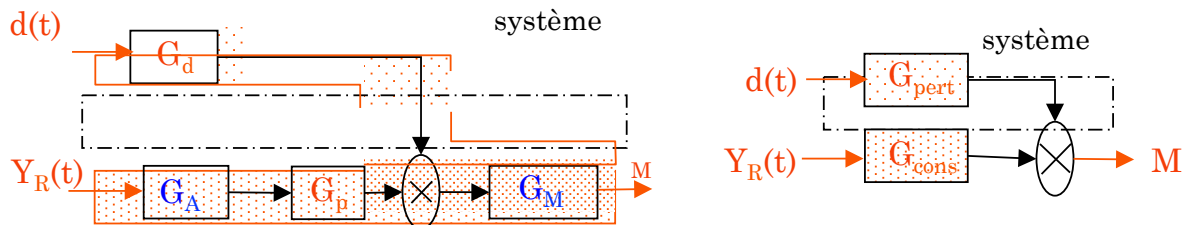
Pourquoi une étude dynamique ?

- Jusqu'à maintenant on a mis en évidence qu'il est possible de déterminer la *relation* entre une grandeur de *sortie* et une grandeur d'*entrée* à condition d'être en *régime permanent*.
- Ces informations ne suffisent plus lorsqu'il s'agit d'obtenir la *réaction* sur une grandeur d'entrée afin de combattre l'effet d'une *variation* d'une grandeur perturbatrice.
- Faut-il réagir brutalement sur la grandeur réglante ou au contraire doser l'action ?
- \Rightarrow la connaissance de la relation qui lie *à chaque instant* l'évolution d'une grandeur de sortie à une grandeur d'entrée devient indispensable.
- Cette relation notée $S(t) = \mathcal{F}[E(t)]$ est appelée *fonction de transfert* du système.

38

Fonction de transfert

- Fonction de transfert *réglante* G_p : $M(t) = G_p[Y_R(t)]$
- Fonction de transfert *perturbatrice* G_d : $M(t) = G_d[d(t)]$



- *Intérêt* de la notion de fonction de transfert : prise en compte la manière dont le système *réagit* à une *sollicitation extérieure* (dynamique du système).
- *Bonne régulation* = bonne connaissance de la *dynamique* (~ fonction de transfert) du procédé.

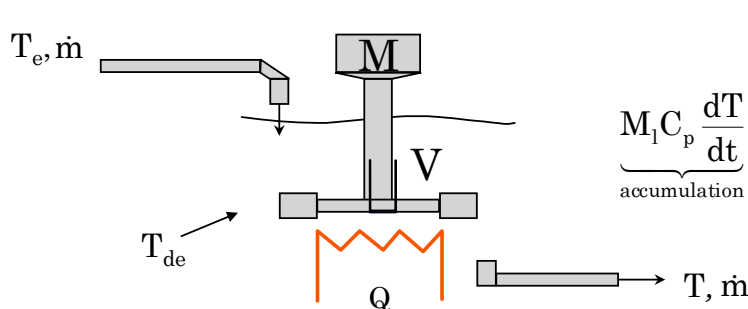
39

Détermination théorique d'une fonction de transfert (i)

- Première étape : écrire les *équations de bilan* (matière, quantité de mouvement, énergie), en *régime transitoire*, associé au système étudié \Rightarrow on obtient un jeu d'*équations différentielles*, généralement *non linéaires*.

$$\underbrace{\frac{dS}{dt}}_{\text{accumulation}} = \underbrace{F_{S_e}}_{\text{flux de S entrant}} - \underbrace{F_{S_s}}_{\text{flux de S sortant}} + \underbrace{G_S}_{\text{quantité de S générée dans le système}} - \underbrace{C_S}_{\text{quantité de S consommée dans le système}}$$

- Exemple : la cuve chauffée :



Hyp : $V = \text{cste}$, $T_{de} = \text{cste}$

$$\underbrace{M_1 C_p \frac{dT}{dt}}_{\text{accumulation}} = \underbrace{\dot{m} C_p (T_e - T)}_{\text{entrée-sortie}} + \underbrace{Q}_{\text{apport}} - \underbrace{h_T S (T - T_{de})}_{\text{pertes thermiques}}$$

40

Détermination théorique d'une fonction de transfert (ii)

- Le premier degré de complexité peut être contourné en se plaçant sous l'hypothèse des *faibles perturbations* autour du point de fonctionnement (*linéarisation*).

$$Y_R = Y_{R_0} + y'_R, \quad M = M_0 + m', \quad d = d_0 + d'$$

- On aboutit alors à l'écriture d'*équations différentielles linéaires à coefficients constants* du type :

$$a_0 m' + a_1 \frac{dm'}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n m'}{dt^n} = b_0 y'_R(t) + b_1 \frac{dy'_R}{dt} + \dots + a_m \frac{d^m y'_R}{dt^m}$$

- Un tel système est dit d'*ordre n*, celui de la dérivée d'ordre le plus grand sur $m(t)$.
- *Problème* : la plupart du temps, les coefficients a_i dépendent de paramètres physiques difficiles à déterminer théoriquement \Rightarrow on doit les *estimer* \Rightarrow le modèle est *imparfait*

41

De l'équation différentielle à la fonction de transfert

- Deuxième étape : *transformée de Laplace* de cette équation. D'une manière générale, la fonction de transfert associée à l'équation différentielle précédente s'écrit :

$$G(s) = \frac{\text{transformée de l'entrée}}{\text{transformée de la sortie}} = \frac{\bar{m}(s)}{\bar{y}_R(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n}$$

- où s est la variable de Laplace, \bar{m} et \bar{y}_R sont les transformées de Laplace de la sortie M et de l'entrée Y_R
- Intérêts du passage en Laplace :
 - la transformée de Laplace est un outil mathématique qui permet de transformer un système *algébro-différentiel* compliqué à résoudre en un système *algébrique* plus *simple* à manier.
 - L'équation différentielle initiale et la fonction de transfert finale étant équivalentes, cette dernière *contient* bien toute la *dynamique* du système étudié.

42

Dynamique des systèmes du premier ordre

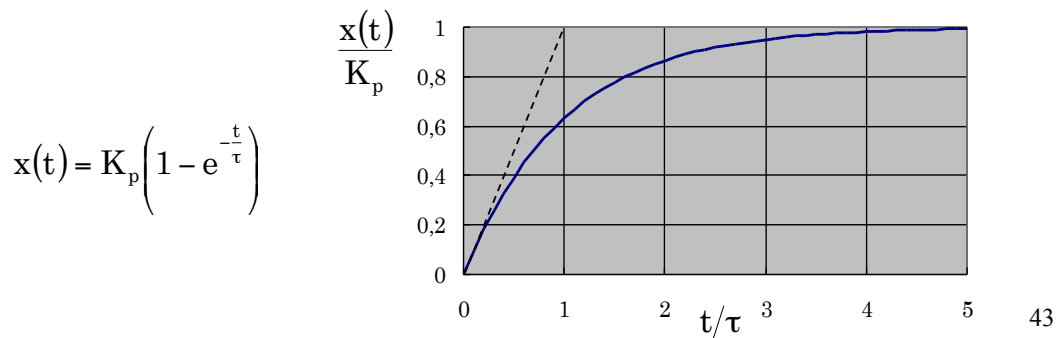
- Définition

$$\tau \frac{dx}{dt} + x(t) = K_p Y_R(t) \quad \begin{cases} \tau = \text{constante de temps du procédé} \\ K_p = \text{gain statique du procédé} \end{cases}$$

- Fonction de transfert :

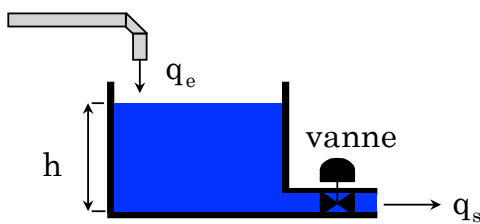
$$G(s) = \frac{K_p}{(\tau s + 1)}$$

- Résolution pour une sollicitation de type échelon unitaire ($Y_R(t) = 1$) et représentation graphique.



Exemples de système du premier ordre

- Le *bac de stockage*

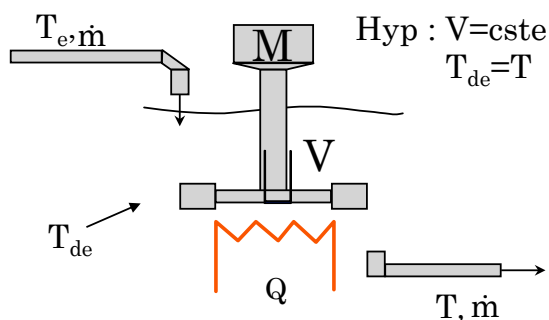


Bilan matière : $A \frac{dh}{dt} = q_e - q_s$

Caractéristique de la vanne : $q_s = \frac{h}{R}$

$$\Rightarrow A \frac{dh}{dt} + \frac{h}{R} = q_e \Leftrightarrow \frac{A}{R} \frac{dh}{dt} + h = \frac{q_e}{R}$$

- La *cuve chauffée*



Bilan d'énergie :

$$M_l C_p \frac{dT}{dt} = \dot{m} C_p (T_e - T) + Q$$

$$\Rightarrow \frac{M_l}{\dot{m}} \frac{dT}{dt} + T = T_e + \frac{Q}{\dot{m} C_p}$$

Dynamique des systèmes du second ordre

■ Définition

$$\tau^2 \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = K_p Y_R(t) \quad \begin{cases} \tau = \text{constante de temps du procédé} \\ K_p = \text{gain statique du procédé} \\ \zeta = \text{facteur d'amortissement} \end{cases}$$

■ Fonction de transfert

$$G(s) = \frac{K_p}{(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)}$$

■ La dynamique du système va dépendre de la valeur du coefficient ζ :

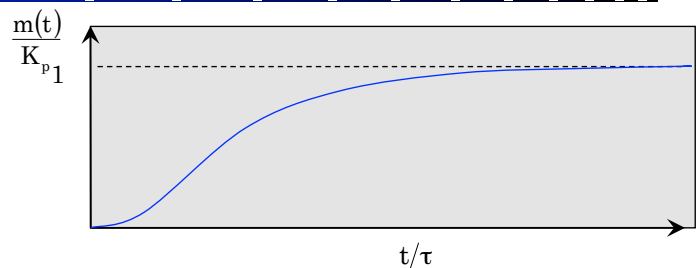
- Si $\zeta > 1$: réponse *sur-amortie*,
- Si $\zeta = 1$: réponse *critiquement amortie*,
- Si $0 < \zeta < 1$: réponse *oscillatoire sous-amortie*.

45

Etude selon la valeur de ζ

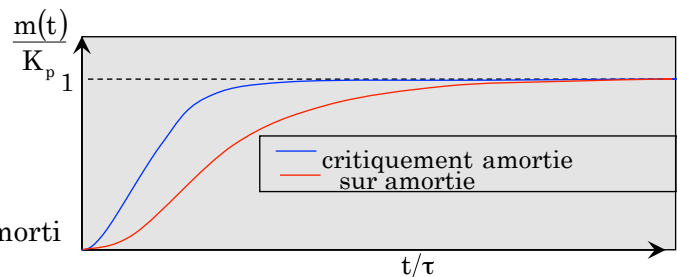
■ Si $\zeta > 1$:

- réponse *sur-amortie*
- la réponse est *lente*,
- *pas d'oscillations*



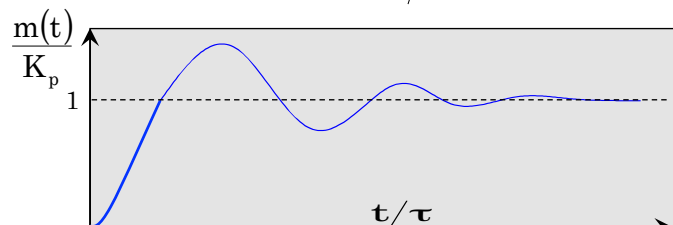
■ Si $\zeta = 1$:

- réponse *critiquement amortie*
- *pas d'oscillations*
- réponse *moins lente* qu'en sur-amorti

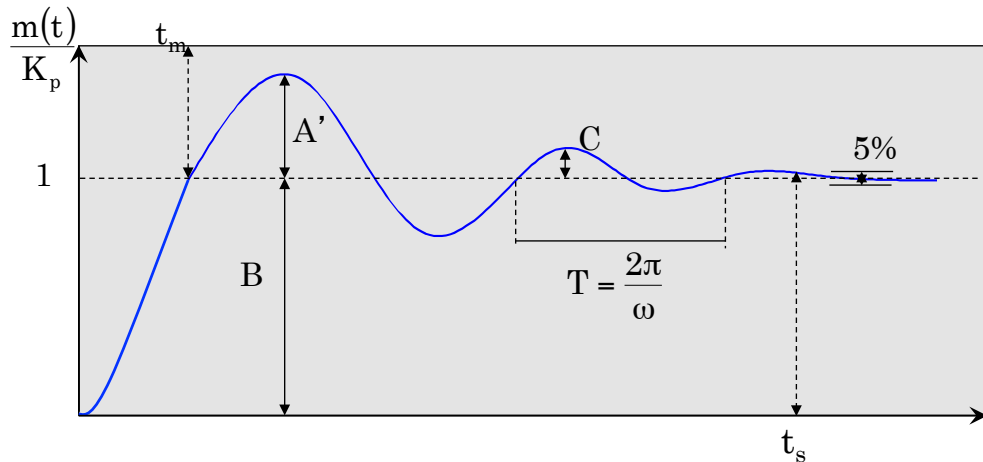


■ Si $\zeta < 1$:

- réponse *sous-amortie*
- réponse *rapide* et *oscillatoire*



Terminologie des systèmes sous-amortis



$$\text{Dépassement} = \frac{A'}{B} = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$T : \text{pseudo-période} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

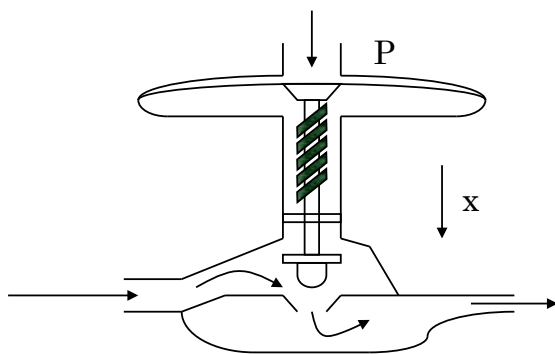
$$\text{Rapport de décroissance} = \frac{C}{A'} = \left(\frac{A'}{B}\right)^2$$

$$t_s : \text{temps de stabilisation } (\pm 5\%) = 3 \frac{\tau}{\zeta}$$

47

Exemple de système du second ordre

■ La *vanne pneumatique*



P : pression appliquée (entrée)

x : course du clapet (sortie)

M : masse du clapet

K : raideur du ressort

C : coefficient de résistance au mouvement du clapet

A : surface de la membrane sur laquelle s'applique la pression

■ Conservation de la quantité de mouvement du clapet :

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = PA - Kx - C \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{M}{K}}_{\tau^2} \frac{d^2x}{dt^2} + \underbrace{\frac{C}{K}}_{2\zeta\tau} \frac{dx}{dt} + x = P \frac{A}{K}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{M}{K}}, \quad \zeta = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$$

48

Dynamique des systèmes intégrateurs

- Définition

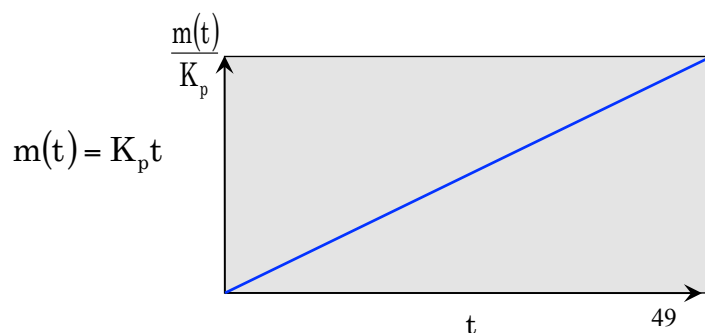
$$\frac{dm}{dt} = K_p Y_R(t) \quad K_p = \text{gain statique du procédé}$$

- Fonction de transfert

$$G(s) = \frac{K_p}{s}$$

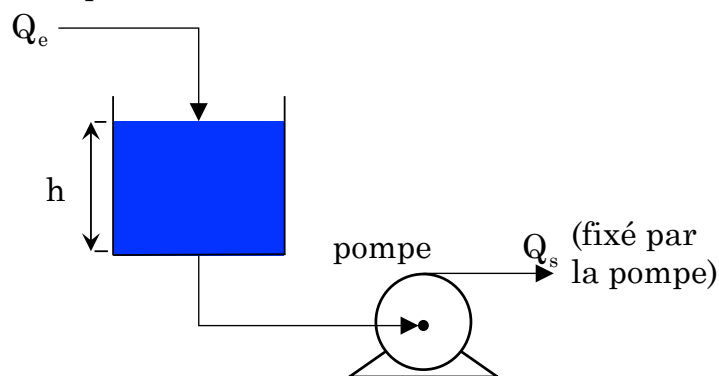
- Résolution pour une sollicitation de type échelon unitaire ($Y_R(t) = 1$) et représentation graphique.

**Système instable :
à une entrée finie,
correspond une sortie
infinie**



Exemple de système intégrateur

- Bac de récupération

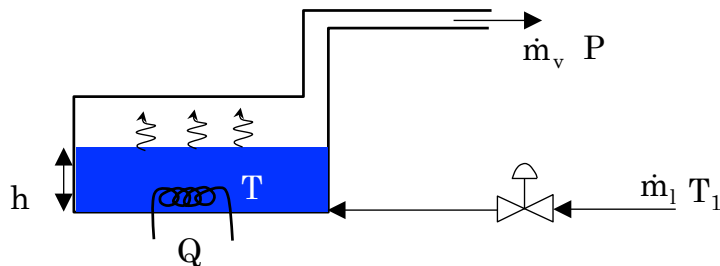


- Bilan de matière sur la cuve : $A \frac{dh}{dt} = Q_e - Q_s$

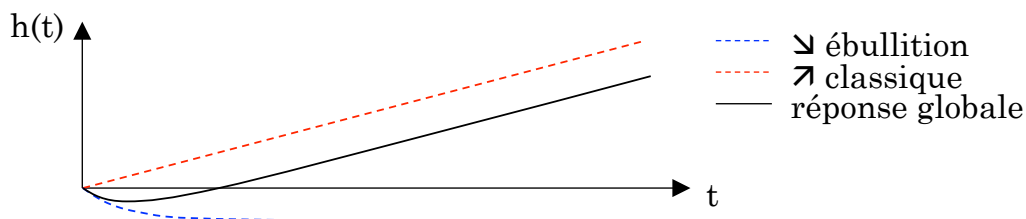
- Résolution dans le cas général : $h(t) = h_0 + \underbrace{\int_0^t \frac{Q_e - Q_s}{A} dx}_{\text{intégrateur}}$

Dynamique des systèmes à réponse inverse

- Définition : système pour lequel la réponse globale part initialement en *sens contraire* à la direction attendue.
- Exemple : niveau de liquide dans un bouilleur.



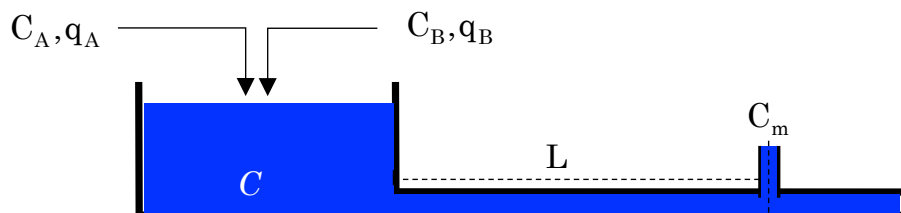
- Supposons qu' on *augmente* le débit de liquide froid d 'un échelon :



51

Dynamique des systèmes à retard

- Exemple : mesure de la concentration d 'un produit A à la sortie d 'un réacteur.



- En fait, une variation de C à l 'instant t , va être détectée à la mesure, avec un retard θ :

$$\theta = \frac{\text{volume du tuyau}}{\text{débit volumique}} = \frac{A_t L}{\dot{q}}$$

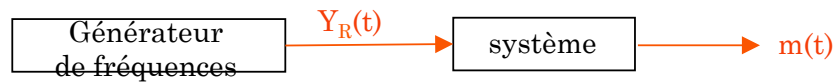
- Expression de C_m : $C_m(t) = C(t - \theta)$

- Fonction de transfert d 'un retard pur : $G(s) = \frac{\bar{C}_m(s)}{\bar{C}(s)} = e^{-\theta s}$

52

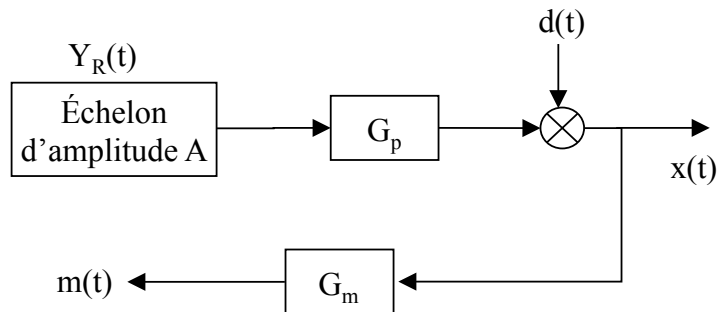
Détermination expérimentale d'une fonction de transfert

- Il existe globalement *deux méthodes* :
 - méthode *temporelle*,
 - méthode *fréquentielle ou harmonique*.



» Méthode peu utilisée en pratique

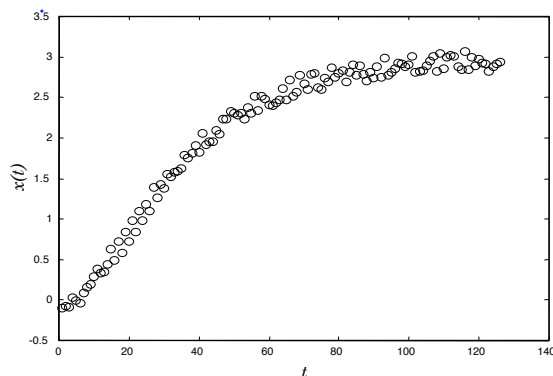
- Analyse temporelle : méthode de la courbe de réaction



53

Détermination expérimentale d'une fonction de transfert

- Exemple :



- *identifier* un modèle de procédé sur les résultats expérimentaux.
- 2 méthodes classiques d'identification
 - *mathématique* : moindres carrés
 - *graphique* : méthode de Broïda

54

Méthode des moindres carrés (i)

- On cherche à caler un modèle (par exemple premier ordre avec retard pur) sur la courbe expérimentale.
- Dans ce cas, la réponse temporelle est de type :

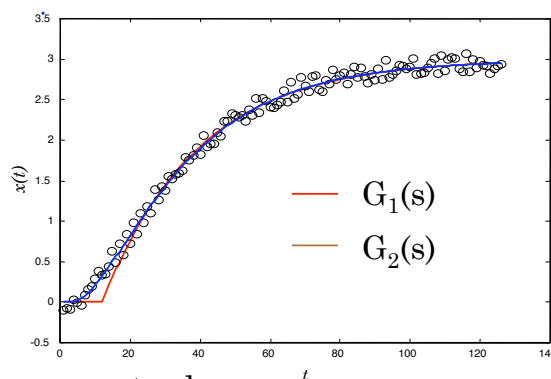
$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < \theta \\ K_p A \left(1 - e^{-\frac{(t-\theta)}{\tau}} \right) & \text{si } t \geq \theta \end{cases}$$

- Déterminer K_p , τ_p et θ qui satisfont l'équation des moindres carrés.
- En pratique, la discontinuité de la dérivée en θ rend la *détermination de θ difficile* \Rightarrow
 - *estimation* de θ ,
 - on *ajuste* K_p et τ_p ,
 - *répéter* cette procédure jusqu'à ce que la meilleure solution soit atteinte.

55

Méthode des moindres carrés (ii)

- Exemple



- Premier ordre avec retard pur

$$G_1(s) = \frac{1.0e^{-11s}}{27.39s + 1}$$

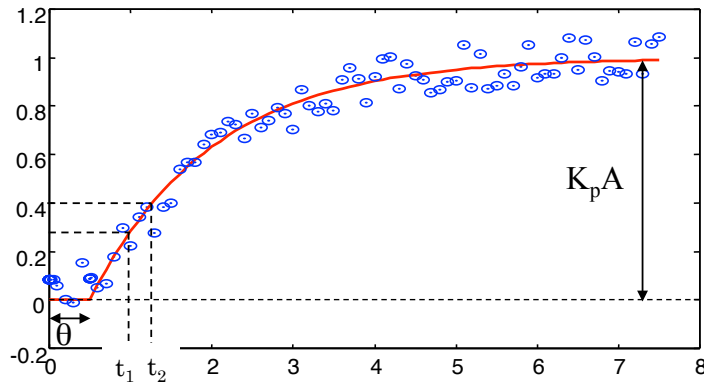
- Second ordre avec retard pur

$$G_2(s) = \frac{0.994e^{-2s}}{(24.91s + 1)(10.12s + 1)}$$

56

Méthode de Broïda

- Ajuster un modèle du premier ordre avec retard pur sur les résultats expérimentaux :



$$G(s) = \frac{K_p e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

- Détermination du gain statique : $K_p = \frac{\Delta m}{A}$
- Recherche des temps t_1 et t_2 pour lesquels la réponse est égale respectivement à 28% et 40% de sa valeur finale, on a alors :

$$\tau = 5.5(t_2 - t_1) \quad \theta = 2.8t_1 - 1.8t_2$$

57

Contrôle - Commande de Procédés

Annexe : notions de base sur la transformation de Laplace

58

Définitions

- *Transformée de Laplace* d'une fonction $f(t)$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

Conditions d'existence

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \text{ doit être } \textit{bornée}$$

- *Transformée inverse* d'une fonction $F(s)$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{f}(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds$$

59

Propriétés de la transformation de Laplace

- Opération linéaire

$$\mathcal{L}[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 \mathcal{L}[f_1(t)] + a_2 \mathcal{L}[f_2(t)]$$

- TL de la dérivée première d'une fonction $f(t)$

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = s\bar{f}(s) - f(0)$$

- TL de la dérivée seconde d'une fonction $f(t)$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = s^2 \bar{f}(s) - sf(0) - f'(0)$$

60

Propriétés de la transformation de Laplace

- Transformée de Laplace de l'intégrale d'une fonction

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(x) dx \right] = \frac{1}{s} \bar{f}(s)$$

- Théorème de la valeur initiale

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \bar{f}(s)$$

- Théorème de la valeur finale

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \bar{f}(s)$$

61

Preuve du calcul de la dérivée première

- $\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = \int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt$

- Intégration par partie

$$\int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = \left[f(t) e^{-st} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} f(t) s e^{-st} dt$$

- Supposons $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) e^{-st} = 0$

$$\Rightarrow \mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = s \bar{f}(s) - f(0)$$

62

Transformée de Laplace de quelques fonctions de base

■ Impulsion unité de Dirac

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq 0 \\ \infty & \text{si } t = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \bar{f}(s) = 1$$

■ Echelon d'amplitude A

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq 0 \\ 1 & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \bar{f}(s) = \frac{A}{s}$$

■ Exponentielle

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq 0 \\ e^{-at} & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \bar{f}(s) = \frac{1}{s+a}$$

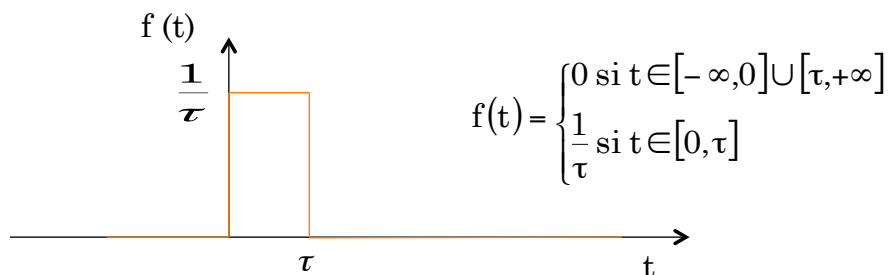
■ Sinusoïdale

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq 0 \\ \sin(\omega t) & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \bar{f}(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

63

Exemple de calcul

■ Impulsion unité de Dirac



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \in [-\infty, 0] \cup [\tau, +\infty] \\ \frac{1}{\tau} & \text{si } t \in [0, \tau] \end{cases}$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \int_0^{\tau} \frac{e^{-st}}{\tau} dt = \frac{1 - e^{-s\tau}}{s\tau}$$

■ Développement limité de $\bar{f}(s)$, $\tau \rightarrow 0$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-s\tau}}{s\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1 - \left(1 - s\tau + \frac{(s\tau)^2}{2!} - o(\tau^3)\right)}{s\tau} = 1$$

64

Résolution d ' équations différentielles (i)

- Considérons l ' équation différentielle *linéaire* suivante, où a_0, a_1, a_2 sont *constants* :

$$a_2 \frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0x(t) = b_0$$

$$\text{CI: } x(0) = x_0, x'(0) = x_1$$

$$a_2(s^2\bar{x}(s) - sx(0) - x'(0)) + a_1(s\bar{x}(s) - x(0)) + a_0\bar{x}(s) = b_0$$

- La TL de cette équation nous donne :

$$\text{soit : } \bar{x}(s) = \frac{b_0 + a_2sx_0 + a_2x_1 + a_1x_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

65

Résolution d ' équations différentielles (ii)

- La TL inverse de l ' expression précédente, nous donne la solution du problème.
- Avantage : *calcul algébrique*
- Ramener l ' expression précédente en une somme de transformées simples, dont on connaît l ' inverse par des tables.

$$\frac{b_0 + a_2sx_0 + a_2x_1 + a_1x_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{A}{s + p_1} + \frac{B}{s + p_2}$$

$$\Rightarrow x(t) = Ae^{-p_1t} + Be^{-p_2t}$$

Où p_1 et p_2 peuvent être *complexes*

66

Résolution d ' équations différentielles

(iii)

- Généralisation

$$\bar{x}(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

où N et D sont des polynômes de degrés respectifs m et n ($m < n$),
n ' ayant pas de racines communes.

- 1) Déterminer les racines (*pôles*) p_i du dénominateur D(s)

$$D(s) = \prod_{i=1}^q (s - p_i)^{n_i} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^q n_i = n$$

si $n_i > 1$, alors le pôle p_i est dit *multiple*.

67

Résolution d ' équations différentielles (iv)

- $\bar{x}(s)$ peut alors être réécrit comme suit :

$$\bar{x}(s) = \frac{N(s)}{\prod_{i=1}^q (s - p_i)^{n_i}}$$

- 2) Développer $\bar{x}(s)$ en série de fractions :

$$\bar{x}(s) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(A_{p_i})_j}{(s - p_i)^j}$$

68

Résolution d' équations différentielles

(v)

- Prendre la transformée inverse de $\bar{x}(s)$

$$L^{-1} \left[\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(A_{p_i})_j}{(s - p_i)^j} \right] = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{n_i} \left(L^{-1} \left[\frac{(A_{p_i})_j}{(s - p_i)^j} \right] \right)$$

- La TL inverse de chaque fraction est connue (voir table) :

$$L^{-1} \left[\frac{(A_{p_i})_j}{(s - p_i)^j} \right] = (A_{p_i})_j \frac{t^{j-1}}{(j-1)!} e^{p_i t}$$

- d' ou la solution générale de l' équation :

$$x(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{n_i} (A_{p_i})_j \frac{t^{j-1}}{(j-1)!} e^{p_i t}$$

69

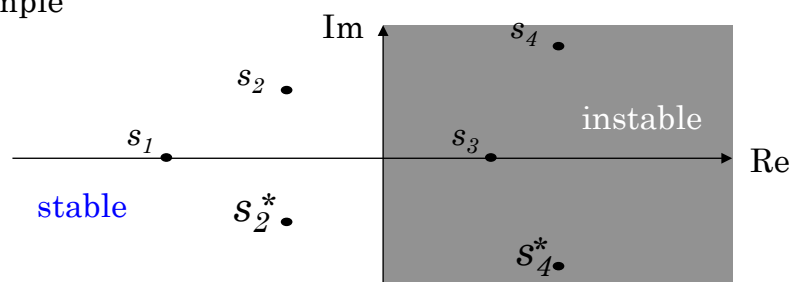
Analyse qualitative de la réponse d' un système

- Les résultats précédents montrent que :

$$\text{si } \exists p_i / \text{Re}(p_i) \geq 0 \Rightarrow \forall j, \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^{j-1}}{(j-1)!} e^{p_i t} = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty$$

$$\text{si } \forall i, \text{Re}(p_i) < 0 \Rightarrow \forall j, \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^{j-1}}{(j-1)!} e^{p_i t} = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

- Exemple



70

Cas des équations différentielles non-linéaires

- Exemple : $\frac{dx}{dt} = a_0(x)$

- TL : $s\bar{x}(s) - x(0) = \mathcal{L}[a_0(x)] = \int_0^{\infty} a_0(x)e^{-st} dt = ?$

- Exprimer $\int_0^{\infty} a_0(x)e^{-st} dt$ en fonction de $\bar{x}(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$:

impossible si $a_0(x)$ n'est pas une fonction simple de x .

⇒ Impossible d'utiliser la TL !

71

Traitement des non linéarités : cas général

- Soit un système multi-variables modélisé par l'équation suivante :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

- $\mathbf{x} =$ *variable*, $\mathbf{u} =$ *entrée*

Attention, \mathbf{x} et \mathbf{u} sont des vecteurs de dimensions respectives n et m .
 \mathbf{f} est un vecteur de fonctions de dimension n .

72

Traitement des non linéarités

- But : *linéariser* le système d'équations autour d'un *état stationnaire*.
- Développement des $(f_i)_{i=1,\dots,n}$ en série de Taylor autour d'un état stationnaire $\mathbf{x}_R \mathbf{u}_R$:

$$f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = f_i(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, t) + \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_R (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{jR}) + \sum_{k=1}^m \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \right|_R (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{kR}) + o(\varepsilon^2)$$

- On néglige les termes d'ordre supérieurs à 1 (\Rightarrow *petites variations*)

73

Traitement des non linéarités

- Etat stationnaire

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{x}_R \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_R \end{cases} \Rightarrow f_i(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, t) = 0$$

- La nouvelle équation linéarisée, exprimée en *variables d'écart*, s'écrit alors :

$$\frac{d\mathbf{x}'}{dt} = \underline{\underline{\mathbf{A}}}\mathbf{x}' + \underline{\underline{\mathbf{B}}}\mathbf{u}'$$

- avec $A_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_R$, $B_{ik} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \right|_R$ $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$, $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{u}_R$

74

Exemple : vidange d ' une cuve

- Equation de conservation de la masse

$$\rho A \frac{dh}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s \quad \text{avec} \quad \dot{m}_s = \rho C \sqrt{h} \Rightarrow \rho A \frac{dh}{dt} = \dot{m}_e - \rho C \sqrt{h}$$

(écoulement turbulent à travers la vanne)

- On définit un état de référence et on linéarise autour de cet état :

$$\begin{aligned} \dot{m}_e &= \dot{m}_{eR} + \dot{m}'_e \\ h &= h_R + h' \\ \dot{m}_s &= \dot{m}_{sR} + \underbrace{\frac{\partial \dot{m}_s}{\partial h}}_{\dot{m}'_s} \bigg|_{h_R} h' \end{aligned} \quad \frac{\partial \dot{m}_s}{\partial h} \bigg|_{h_R} = \frac{\rho C}{2\sqrt{h_R}} = \frac{\rho}{R_{nl}}$$

75

Exemple : vidange d ' une cuve

- A l ' état stationnaire de référence on a forcément l ' égalité des débits massiques :

$$\dot{m}_{eR} = \dot{m}_{sR}$$

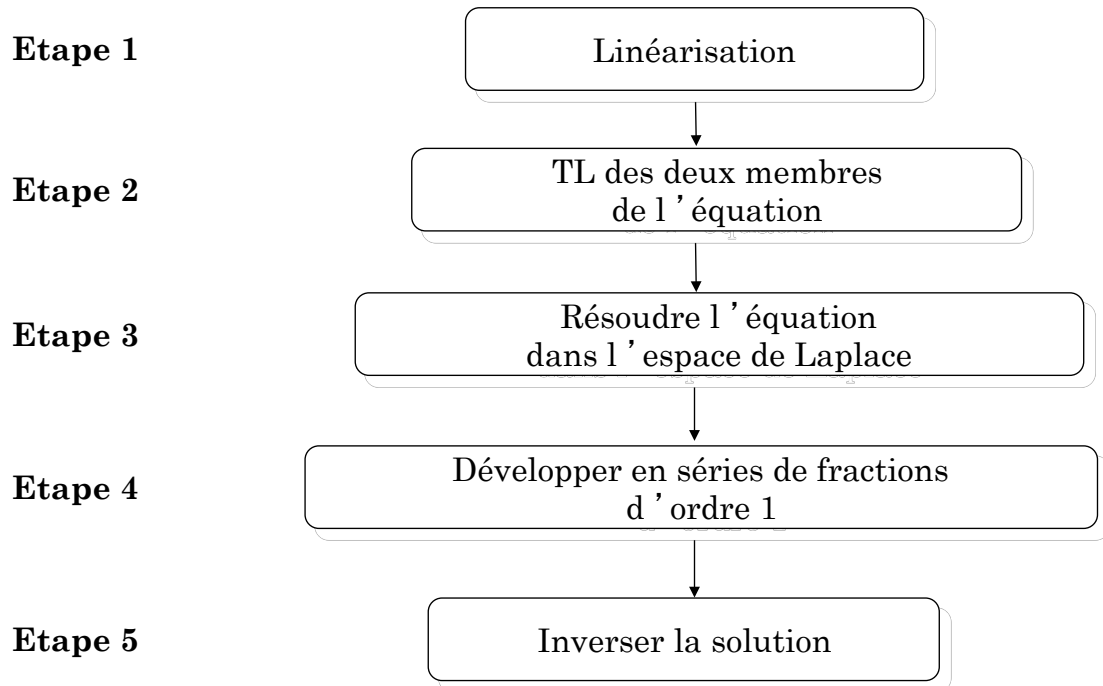
- On introduit cette relation dans l ' ECM :

$$\Rightarrow \rho A \frac{dh'}{dt} = \dot{m}'_e - \frac{\rho h'}{R_{nl}}$$

- On retrouve une équation différentielle linéaire à coefficients constants que l ' on sait résoudre par TL.

76

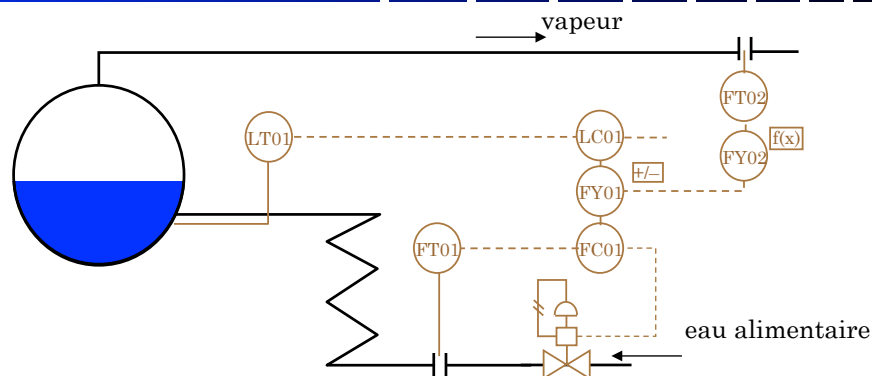
Résumé



77

Contrôle - Commande de Procédés

Chapitre III : systèmes linéaires en boucle fermée



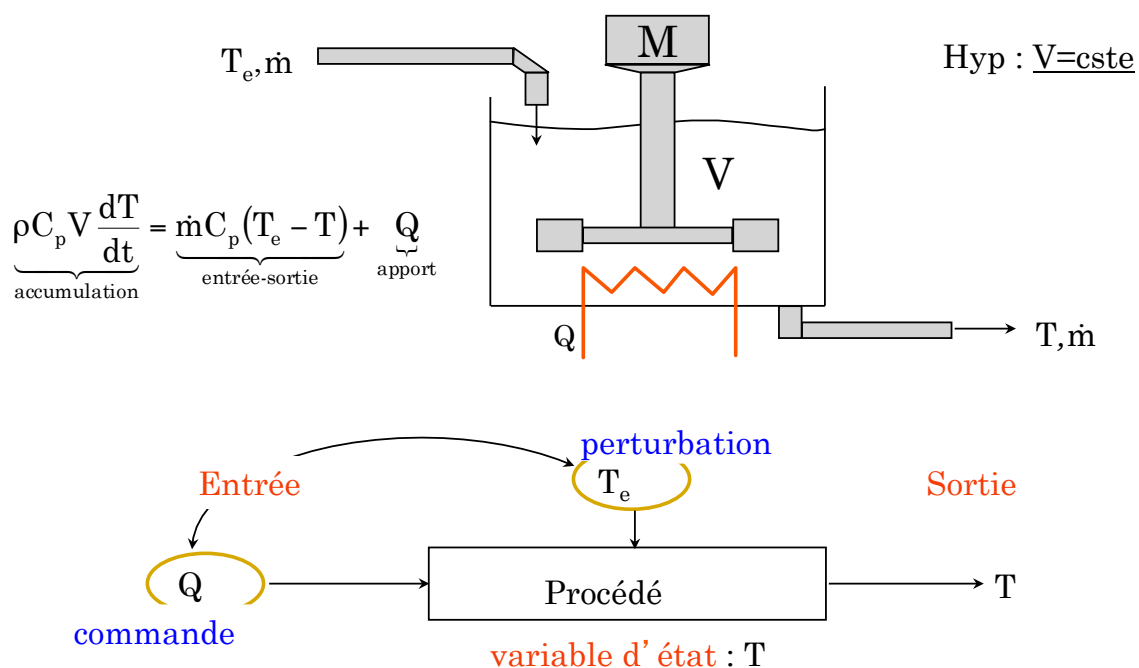
78

Introduction et objectifs du chapitre

- Dans le chapitre précédent, on a examiné le comportement dynamique de quelques systèmes de base.
- On est donc maintenant capable de :
 - Calculer ou mesurer la *fonction de transfert* d'un procédé,
 - Déterminer la *réponse temporelle* d'un procédé soumis à des variations types de variables d'entrée (manipulées, ou perturbations)
- Il nous reste alors à *intégrer* le procédé dans la boucle de régulation : c'est ce qui sera fait dans ce chapitre. On ne s'intéressera ici qu'à la régulation *proportionnelle-intégrale-dérivée (PID)*, de systèmes *linéaires* dans une boucle de *contre réaction (feedback)*.
- A partir d'un exemple simple, on va maintenant définir les objectifs de chapitre.

79

Exemple : régulation de la température d'un liquide dans un réservoir



80

Régulation de la température d'une cuve (i)

- On note T_R la température que l'on souhaite maintenir dans la cuve, pour le bon fonctionnement du procédé (*consigne*).
- Etat *stationnaire* :

$$Q_R = \dot{m}C_p(T_R - T_{e_s})$$

- Le régulateur va utiliser les valeurs existantes de T et T_R pour ajuster l'apport de chaleur selon une loi prédéterminée. Ex : *régulateur proportionnel* :

$$Q = Q_R + K_r(T_R - T)$$

K_r est une constante, $(T_R - T)$ est l'*erreur* par rapport à la consigne.

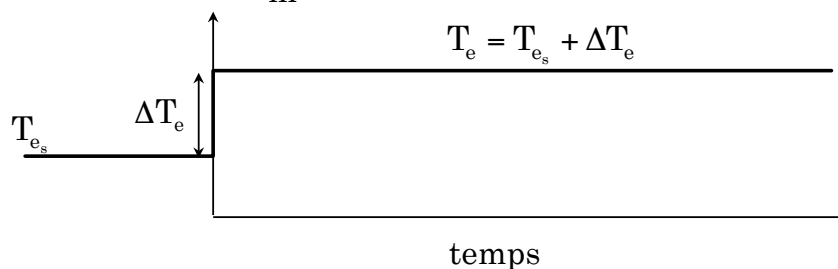
81

Régulation de la température d'une cuve (ii)

- régime *transitoire* :

$$\tau_1 \frac{dT}{dt} + \left(\frac{K_c}{\dot{m}C_p} + 1 \right) T = (T_e - T_{e_s}) + \left(\frac{K_c}{\dot{m}C_p} + 1 \right) T_R$$

$$\tau_1 = \frac{\rho V}{\dot{m}} : \text{temps caractéristique de la cuve}$$



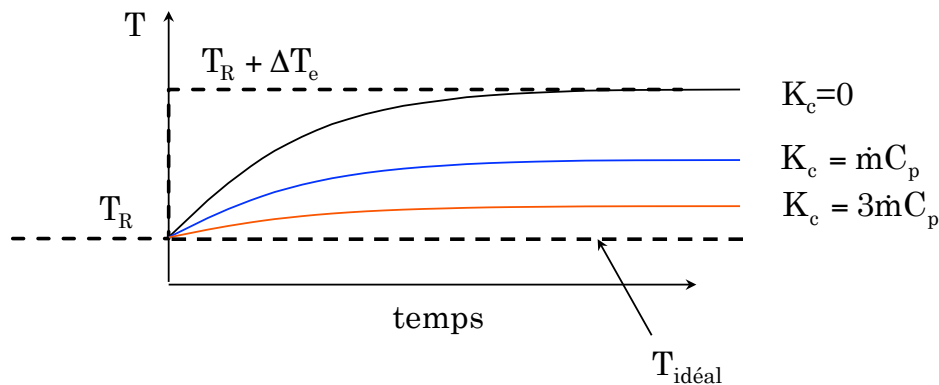
- Perturbation de type échelon de température en entrée
- Etat initial : $T(0) = T_R$

82

Régulation de la température d'une cuve (iii)

- Réponse *transitoire*

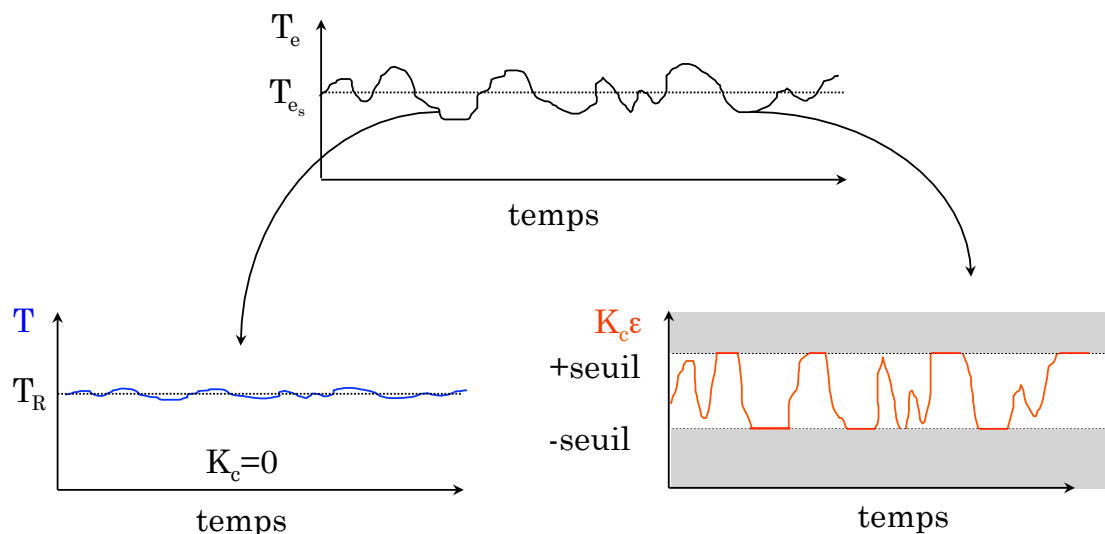
$$T = T_R + \frac{T_e}{\frac{K_c}{\dot{m}C_p} + 1} \left(1 - e^{-\left(\frac{K_c}{\dot{m}C_p} + 1\right) \frac{t}{\tau_1}} \right)$$



- $K_c \nearrow$, \Rightarrow erreur $\varepsilon = (T_R - T) \searrow$

Régulation de la température d'une cuve (iv)

- Perturbation de type *bruit*



Le grand volume de liquide présent dans la cuve filtre le bruit, même sans régulateur

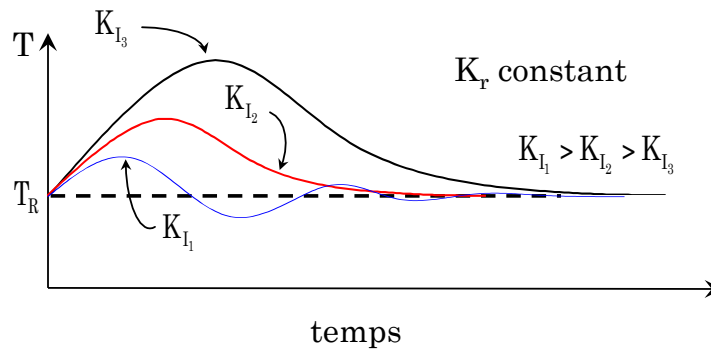
Un gain trop important entraîne un mauvais fonctionnement du régulateur

Régulation de la température d'une cuve (v)

- Introduction de l'effet intégral

$$Q = Q_R + K_r(T_R - T) + K_I \int_0^t (T_R - T) dt$$

- Réponse transitoire du système



- *Annulation de l'erreur* à l'état permanent, mais apparition d'oscillations pour des K_I trop importants.

85

Régulation de la température d'une cuve (vi)

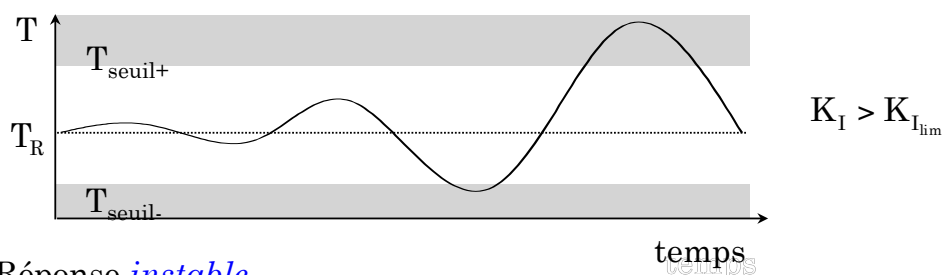
- Hyp : la température mesurée, *n'est plus égale* à la température de la cuve.

- Bilan d'énergie sur le thermocouple :

$$\tau_m \frac{dT_m}{dt} + T_m = T$$

où τ_m est la constante de temps du thermocouple.

- On introduit un *régulateur PI* dans le système.



- ⇒ Réponse *instable*.

86

Régulation de la température d'une cuve (vii)

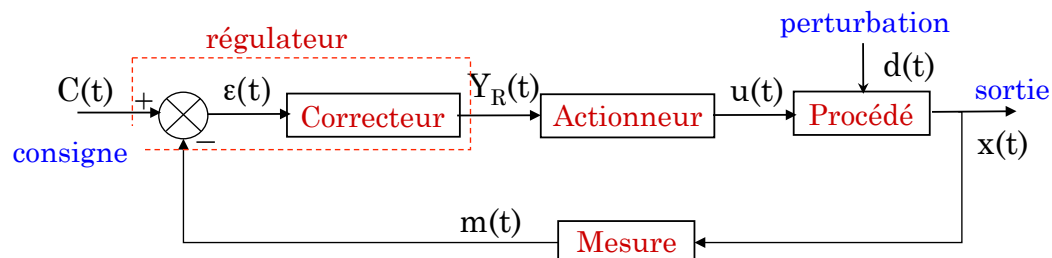
■ Conclusions

- effet inverse de celui attendu : l'introduction du régulateur dans la boucle conduit à des *instabilités* préjudiciables au bon fonctionnement du procédé.
- Compromis à trouver :
 - » Si K_I est trop faible, la réponse est *très lente* et le procédé n'est pas optimisé.
 - » Si K_I est trop fort, le système est *instable*.
- La conception d'un régulateur adapté à un procédé passe donc par l'*optimisation* des valeurs des gains K_r et K_I .

87

Retour au cas général : notion de boucle fermée

- **Définition** : un système est dit en boucle fermée si une variation de la mesure $m(t)$ entraîne une modification du signal de commande $Y_R(t)$ et réciproquement. On parle souvent de boucle de régulation.



■ Terminologie :

- *système de régulation* ~ régulateur, dispositif automatique qui compare la mesure à l'objectif à atteindre et agit sur la grandeur réglante du système par une loi de commande appropriée. Représenté par la lettre **C** sur les schémas T.I.
- *Consigne* : valeur désirée pour la grandeur à maîtriser, parfois notée SP (set point). Le but de la régulation est d'obtenir $m(t)=C(t)$ en modifiant $Y_R(t)$.

88

Etude statique, exploitation des caractéristiques d'un système

- Exemple : mélangeur en ligne

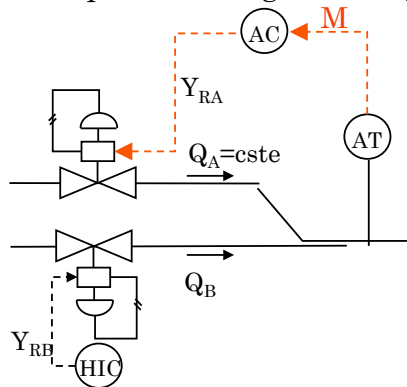
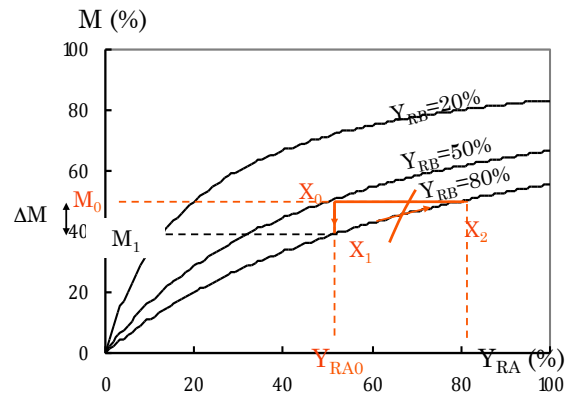


Schéma TI



Caractéristique statique du système

- On cherche à *maintenir* le signal M à sa valeur de *consigne*, $C=M_0=50\%$, malgré la *variation de perturbation* $Y_{RB} : 50\% \rightarrow 80\%$.
- La seule manière de retrouver $M=C$ est alors de *modifier* Y_{RA} , afin de ramener le point de fonctionnement en X_2 .

89

La régulation PID

90

Types généraux de régulateurs

- Le régulateur *proportionnel (P)* :

$$Y_R(t) = K_r \varepsilon(t) + r_R$$

- K_r = gain, r_R = signal de décentrement de l' actionneur. Fonction de transfert :

$$G_r(s) = K_r$$

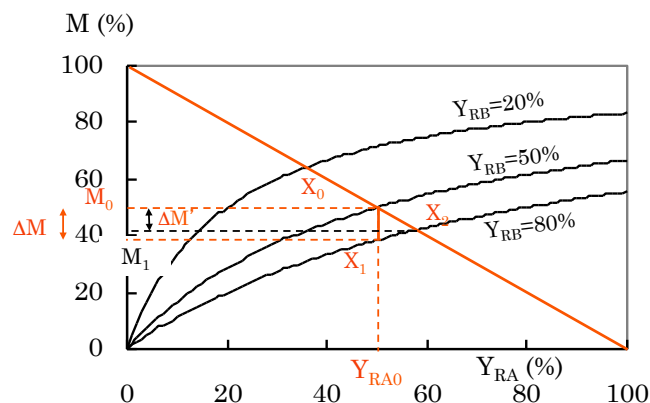
- $0.2 < K_r < 100$. Plus K_r est grand, plus le régulateur P est *sensible*.
- Un régulateur P possède des limites physiques, au delà desquelles il sature :

$$Y_{R_{\min}} \leq Y_R(t) \leq Y_{R_{\max}}$$

91

Régulation P du mélangeur en ligne

- Régulation P : $Y_R = K_r(C-M) + r_R$



- On observe que :
 - $\Delta M' < \Delta M$
 - $\Delta M' \neq 0$ (erreur à l' infini) *sauf si* la caractéristique du régulateur est horizontale, i.e. *gain infini* (impossible en pratique).

92

Annulation de l'erreur à l'infini

- Développer un régulateur qui annule l'écart à l'infini : régulateur à action intégrale :

- régulateur Proportionnel et Intégral :

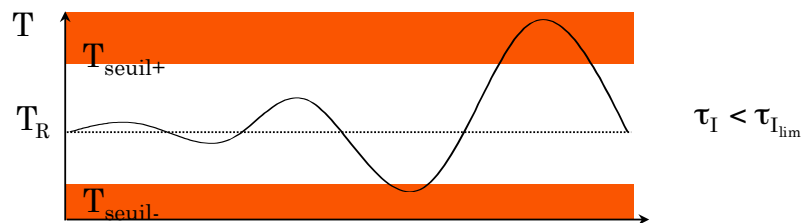
$$Y_R(t) = K_r \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon(x) dx \right) + Y_{R0}$$

- τ_I est le *temps intégral*. Pour les procédés chimiques

- fonction de transfert :

$$0.1 \leq \tau_I \leq 50 \text{ min}$$

- l'erreur à l'infini est annulée, mais la dynamique du système est modifiée : possibilité de *déstabilisation du système* si τ_I est trop faible.



93

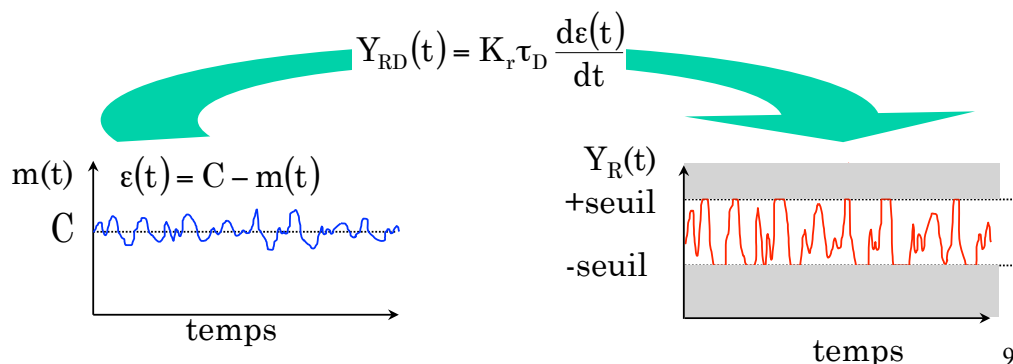
Stabilisation du système

- ajout de l'effet *dérivée* : régulateur PID

$$Y_R(t) = K_r \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon(x) dx + \tau_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) + Y_{R0}$$

- τ_D est le *temps dérivée*. Fonction de transfert :

- *Intérêt* de l'effet dérivée : *stabilise* la réponse d'un système, *ralentit* la réponse du système, et *amplifie le bruit*.



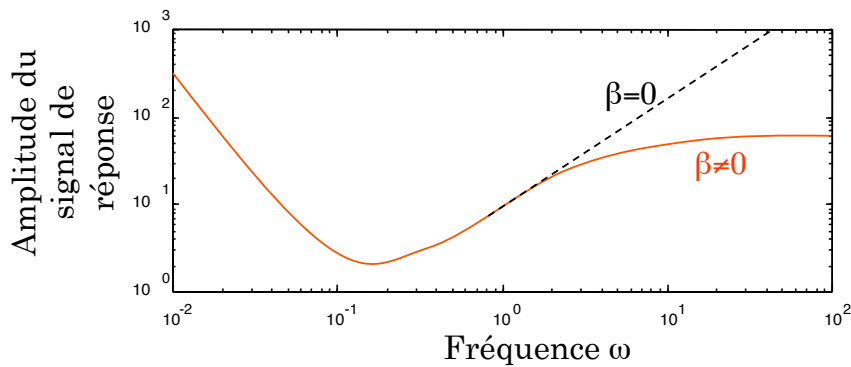
94

Utilisation de l'effet dérivée en pratique

- Le régulateur PID théorique est remplacé par un régulateur dont la fonction de transfert est *physiquement réalisable* :

$$G_r(s) = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \frac{1 + \tau_D s}{1 + \beta \tau_D s} \right)$$

- avec $\beta \ll 1$. On *filtre* la réponse du régulateur, avec un filtre du premier ordre de constante de temps $\beta \tau_D$.
- L'action dérivée est ainsi filtrée pour les *hautes fréquences*.

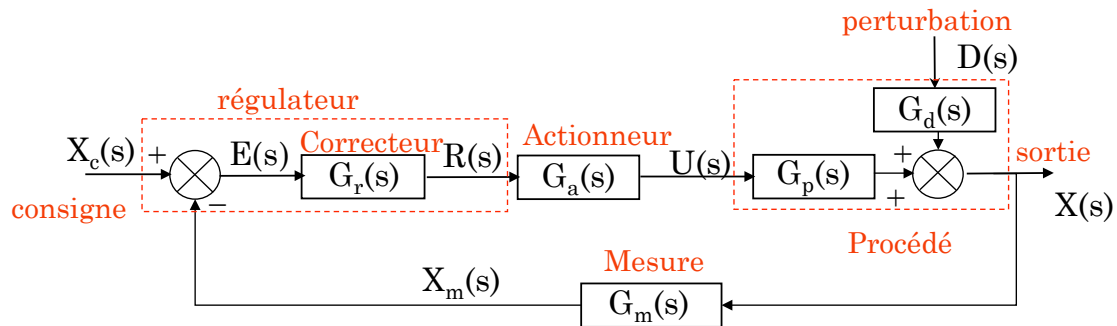


95

Etude dynamique d'un système en boucle fermée

96

Fonctions de transfert des différents organes de la boucle



- Procédé : $X(s) = G_p(s)U(s) + G_d(s)D(s)$
- Mesure : $X_m(s) = G_m(s)X(s)$
- Régulateur : $R(s) = G_r(s)E(s)$
- Actionneur : $U(s) = G_a(s)R(s)$

97

Calcul de la fonction de transfert du procédé en boucle fermée

- Réécrire la sortie $X(s)$ en fonction des entrées $X_c(s)$ et $D(s)$

$$\Rightarrow X(s) = G_{\text{consigne}} X_c(s) + G_{\text{perturbation}} D(s)$$

■ avec :

$$\begin{cases} G_{\text{consigne}} = \frac{G_p(s)G_a(s)G_r(s)}{1 + G_p(s)G_a(s)G_r(s)G_m(s)} \\ G_{\text{perturbation}} = \frac{G_d(s)}{1 + G_p(s)G_a(s)G_r(s)G_m(s)} \end{cases}$$

98

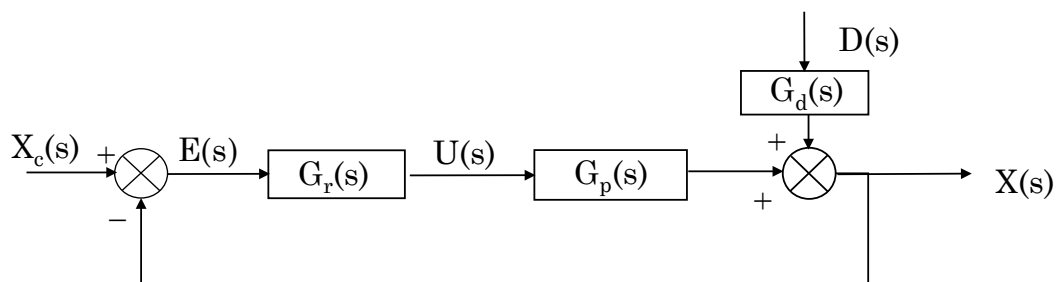
Les différents modes de commande

- La *régulation* :
 - $X_c(s) = 0$,
 - le procédé est soumis à des *perturbations*,
 - le système de commande réagit de façon à *maintenir $x(t)$ aussi proche que possible de la consigne*.
- La *poursuite* ou *asservissement* :
 - $D(s) = 0$,
 - le procédé est soumis à des *variations de consigne*,
 - le système de commande réagit de façon à *maintenir $x(t)$ aussi proche que possible de la consigne*.

99

Réponse transitoire de quelques systèmes de contrôle simples

- Etude des différentes actions (*P*, *I* et *D*)
- Systèmes du *premier* ou *second ordre*
- Hypothèses : $G_a(s) = G_m(s) = 1$



100

Synthèse de l'action proportionnelle

Fonction de transfert

$$G_r(s) = K_r$$

- En résumé, l'effet *proportionnel*
 - ne *change pas l'ordre d'un procédé*,
 - *accélère* la réponse du système, $(\tau'_p < \tau_p)$
 - produit un *écart à l'infini* entre la consigne et la valeur asymptotique de la sortie, que ce soit en régulation ou en asservissement,
 - *amplifie les oscillations* d'un système du second ordre

$$(\zeta'_p < \zeta_p)$$

101

Synthèse de l'action intégrale

Fonction de transfert

$$G_r(s) = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)$$

- En résumé, l'effet *intégral*
 - *augmente l'ordre d'un procédé d'une unité* et par conséquent, amplifie le comportement oscillatoire d'un système et ce d'autant plus que la *constante de temps intégrale* est *faible*.
 - *annule l'écart à l'infini* entre la consigne et la valeur asymptotique de la sortie, que ce soit en régulation ou en asservissement, *quel que soit le gain* du régulateur,

102

Synthèse de l' action dérivée

- Fonction de transfert du régulateur dérivée pur (*physiquement irréalisable* !)

Fonction de transfert

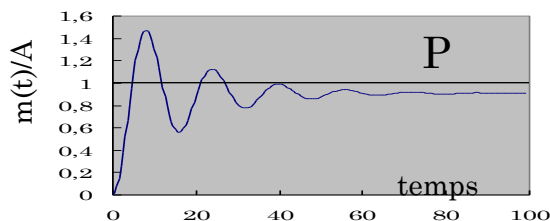
$$G_r(s) = K_r \tau_D s$$

- L' effet *dérivée* :
 - *stabilisant*,
 - réponse plus *lente*,
 - *amplifie* les hautes fréquences (bruit).

103

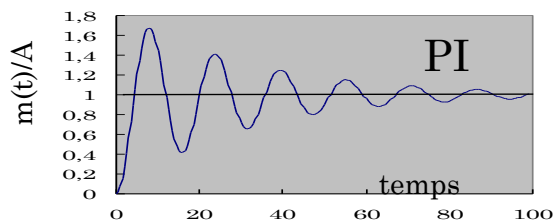
Résumé des caractéristiques des différents régulateurs

- Echelon d' amplitude A en entrée du système



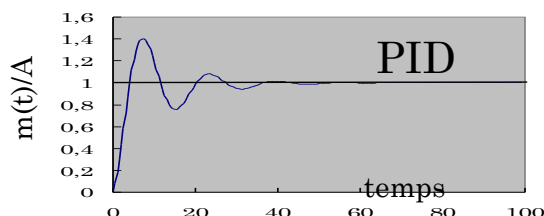
Effet *P*

- 1 paramètre : K_r
- *écart à l' infini* $\neq 0$



Effet *I*

- 2 paramètres : K_r , τ_I
- *annule* l' erreur à l' infini,
- effet *déstabilisant*



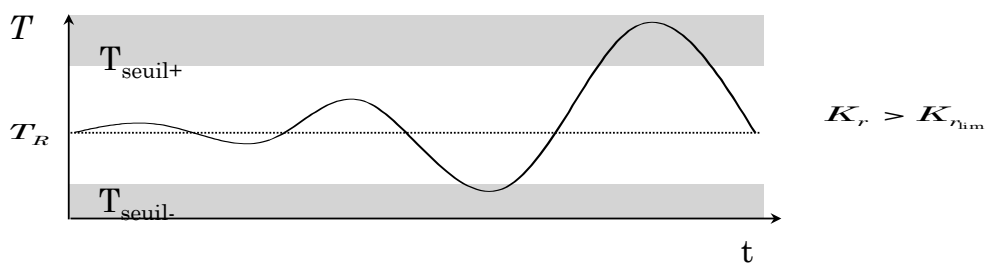
Effet *D*

- 3 paramètres : K_r , τ_I , τ_D
- effet *stabilisant*
- *ralentit* la réponse

104

Contrôle - Commande de Procédés

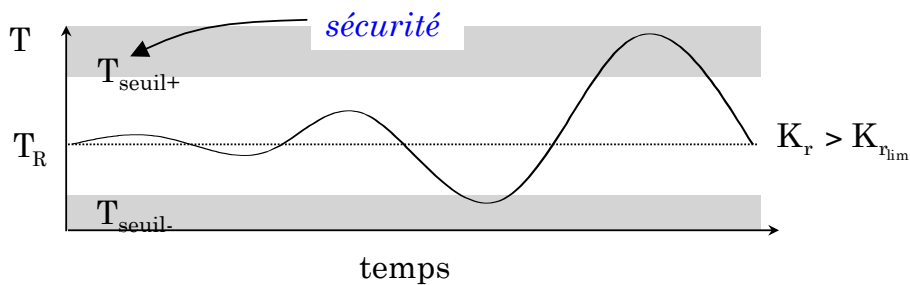
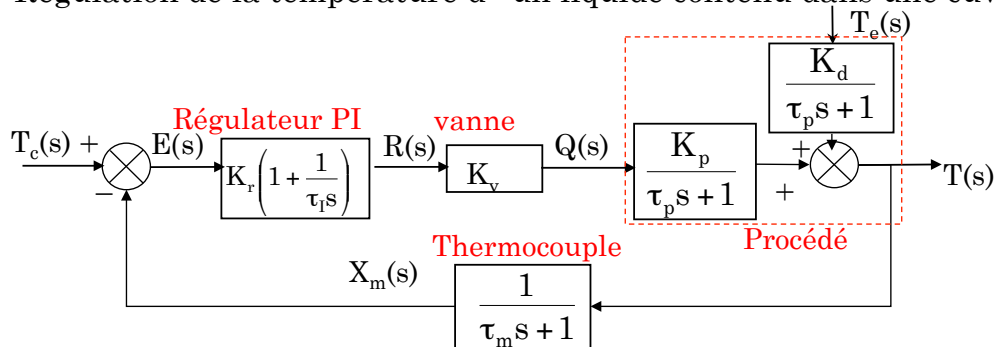
Chapitre IV : Stabilité



Exemple



- Régulation de la température d'un liquide contenu dans une cuve



- Réponse pour K_r suffisamment grand

Exemple : stabilité d ' un système du premier ordre

- Soit un système du *premier ordre* ayant pour fonction de transfert $G_p(s)$ définie par :

$$G_p(s) = \frac{K_p}{s - a}$$

- Cette fonction de transfert possède un pôle réel : $s = a$
- La réponse temporelle d ' un tel système à un échelon d ' entrée unitaire s ' écrit :

$$x(t) = K_p(1 - e^{at})$$

- La réponse est donc :

$$\begin{cases} \text{stable si } a \leq 0 \\ \text{instable si } a > 0 \end{cases}$$

107

Définitions

- Définition générale

« Un système est *stable* si à une *entrée bornée* correspond une *sortie bornée* dans les limites de la physique du problème »

- Système défini par sa fonction de transfert

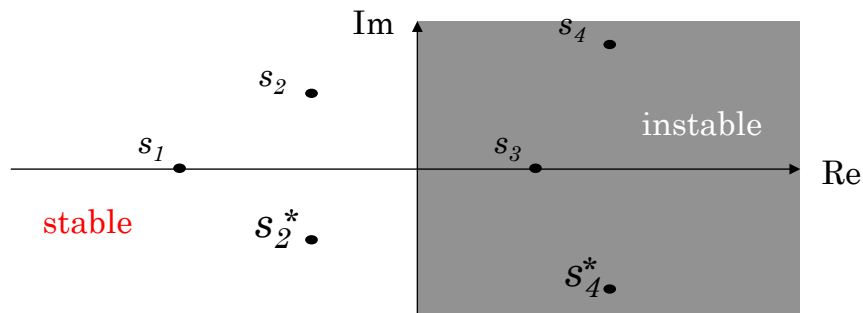
$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} ; \quad \text{avec degré de } N \leq \text{degré de } D$$

- Un système est stable lorsque les *pôles* (zéros du dénominateur) de sa fonction de transfert sont tous *réels négatifs* ou complexes à *partie réelle négative*.
- Si un pôle complexe est à *partie réelle nulle*, le système est dit *marginalelement stable*,
- Un système est *instable* lorsque *un ou plusieurs pôles* de sa fonction de transfert sont *réels positifs* ou complexes à *partie réelle positive*.

108

Stabilité des systèmes linéaires

- Dans le *plan complexe*, la région *instable* est le plan de droite (*réels positif*).

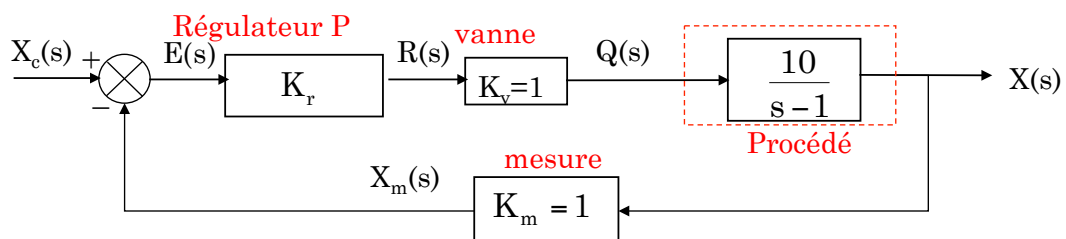


- Résultat valable uniquement pour les *systèmes linéaires*.
- Dans le cas des *systèmes non linéaires*, on ne peut que parler de stabilité locale (autour d'un point de fonctionnement stationnaire). Plus on s'éloigne de ce point plus on risque d'obtenir des *instabilités*.

109

Stabilité d'un système en boucle fermée, exemple 1 (i)

- *Exemple 1* : stabilisation d'un procédé instable à l'aide d'un régulateur proportionnel.
- Procédé du premier ordre : $G_p(s) = \frac{10}{s-1}$
- Ce système est *instable* en boucle ouverte, puisqu'il possède un pôle positif.
- On place ce procédé dans la boucle de contre-réaction suivante :



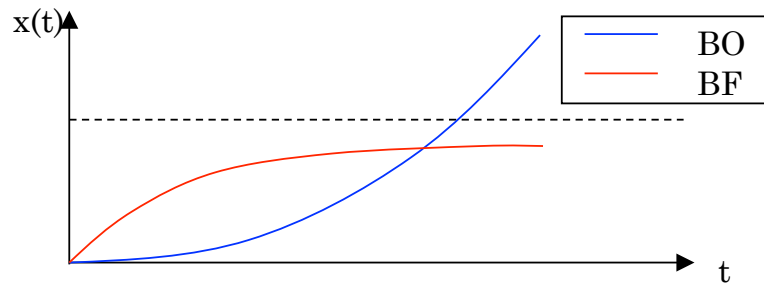
110

Stabilité d'un système en boucle fermée : exemple 1 (ii)

- La réponse du système en BF s'écrit :

$$X(s) = \frac{10K_r}{s - (1 - 10K_r)} X_c(s)$$

- De cette relation, on déduit que la fonction de transfert du système en BF possède un *pôle négatif* si : $1 - 10K_r < 0$ soit $K_r > \frac{1}{10}$



- Conclusion** : le procédé instable initialement peut être rendu stable à l'aide d'un régulateur P.

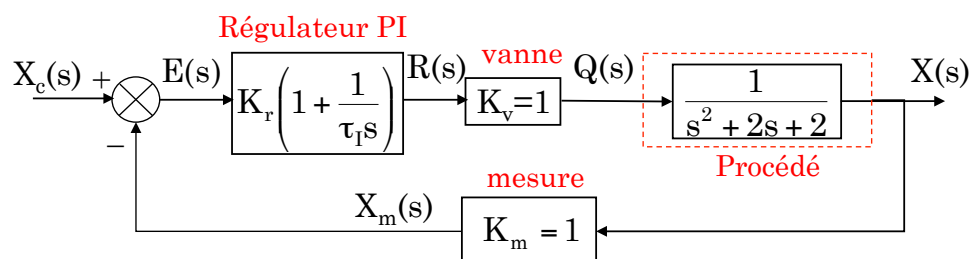
111

procédé stable à l'aide d'un régulateur PI (i)

- On considère un procédé du second ordre ayant la fonction de transfert suivante :

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

- Les pôles de la fonction de transfert sont : $s = -1 + j, s = -1 - j$
- Les pôles de la fonction de transfert sont à *partie réelle négative*, donc ce système est *stable* en boucle ouverte. On introduit ce procédé dans la boucle de contrôle suivante :



112

Stabilité d ' un système en boucle fermée : exemple 2 (ii)

- La réponse du système en boucle fermée est : $X(s) = \frac{G_p G_r}{1 + G_p G_r} X_c(s)$

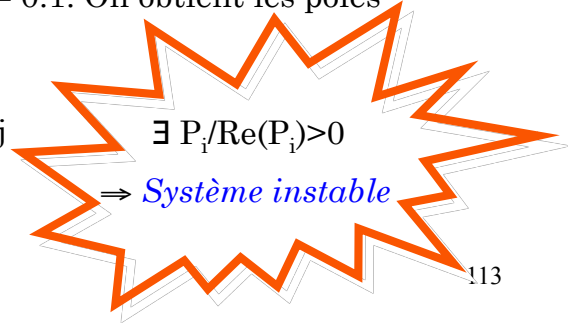
- soit : $G'_p(s) = \frac{K_r (\tau_I s + 1)}{s^3 + 2s^2 + (2 + K_r)s + \frac{K_r}{\tau_I}}$

- Les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée sont les racines de l ' équation : $s^3 + 2s^2 + (2 + K_r)s + \frac{K_r}{\tau_I} = 0$

- Prenons par exemple $K_r = 100$ et $\tau_I = 0.1$. On obtient les pôles suivants :

$$P_1 = -7.185, P_2 = 2.59 + 11.5j$$

$$P_3 = 2.59 - 11.5j$$



113

Stabilité d ' un système en boucle fermée : généralisation

- Généralisation : un système *stable en BO* peut devenir *instable en BF* ← régulateur, actionneur, appareil de mesure.
- Réponse d ' un système en BO : $X(s) = G_p(s)U(s) + G_d(s)D(s)$
- Réponse du même système en BF : $X(s) = G'_c(s)U(s) + G'_d(s)D(s)$
- avec :

$$G'_c(s) = \frac{G_r(s)G_a(s)G_p(s)}{1 + G_r(s)G_a(s)G_p(s)G_m(s)}$$

$$G'_d(s) = \frac{G_d(s)}{1 + G_r(s)G_a(s)G_p(s)G_m(s)}$$

Equation caractéristique d'un système en boucle fermée

- Les caractéristiques de stabilité du système en BF sont déterminées par les pôles de $G'_c(s)$ et de $G'_d(s)$
- même dénominateur \Rightarrow pôles identiques pour les 2 fonctions de transfert. Les pôles sont les racines de l'équation caractéristique du système :

$$1 + G_r(s)G_a(s)G_p(s)G_m(s) = 0$$

- Si l'on note $(p_i)_{i=1,\dots,n}$, les racines de l'équation caractéristique précédente on a :

$$1 + G_r(s)G_a(s)G_p(s)G_m(s) = \prod_{i=1}^n (s - p_i)$$

- \Rightarrow Critère de stabilité :

« un système en *boucle fermée* est *stable* si toutes les racines de son équation caractéristique sont *réelles négatives* ou à *partie réelle négative* »

115

Stabilité d'un système en boucle fermée : exemple 3

- Exemple : soit un procédé du second ordre défini par sa fonction de transfert :

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+4)(s+6)}$$

- Supposons que $G_m = 1$, $G_r = K_r$ et que : $G_a(s) = \frac{1}{(s+1)}$

- La *fonction de transfert en BO* s'écrit : $G_{bo}(s) = \frac{K_r}{(s+4)(s+6)(s+1)}$

- L'équation caractéristique du système est alors donnée par :

$$1 + G_{bo} = 0 \Rightarrow (s+4)(s+6)(s+1) + K_r = 0$$

- Les racines de cette équation vont donc dépendre de la *valeur du gain du régulateur* qui pourra conduire à un *système instable* dans certains cas.

116

Les différentes approches d'un problème de stabilité

- Evaluation du signe des racines de l'équation caractéristique : *critère de Routh-Hurwitz*
 - Avantages : *simplicité, rapidité*
 - Inconvénients : pas de renseignements sur la *marge de stabilité* dont on dispose pour un point de fonctionnement du système, \Rightarrow *Pas d'optimisation possible* avec cette méthode.
- Calcul des racines de l'équation caractéristique : *méthode du lieu des racines*
 - Avantage : permet de connaître la marge de stabilité et donc de déterminer les *paramètres optimaux du régulateur* pour un certain point de fonctionnement du système.
 - Inconvénient : *calculs lourds* \Rightarrow numérique

117

Critère de Routh-Hurwitz (i)

- Soit un système en boucle fermée dont l'équation caractéristique est donnée par :

$$1 + G_r(s)G_a(s)G_p(s)G_m(s) = 0$$

- Cette équation peut être développée sous une forme polynomiale de type :

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

- Supposons que $a_n > 0$ (sinon on multiplie l'équation par -1)
- *Premier critère de Routh-Hurwitz* :

« Si l'un des coefficients $a_i < 0 \Rightarrow$ il existe au moins *une racine réelle positive* ou à *partie réelle positive* et le système est *instable* »

118

Critère de Routh-Hurwitz (ii)

- Si tous les $a_i > 0$, on construit un *tableau* qui va nous permettre de déterminer un critère de stabilité du système.
- Construction du *tableau de Routh*

1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
3	b_1	b_2	b_3	...
4	c_1	c_2	...	
⋮	⋮			
$n+1$	z_1			

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_{n-3}a_n}{a_{n-1}}$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_{n-5}a_n}{a_{n-1}}$$

$$c_1 = \frac{b_1a_{n-3} - b_2a_{n-1}}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1a_{n-5} - b_3a_{n-1}}{b_1}, \dots$$

119

Critère de Routh-Hurwitz (iii)

- On étudie le signe des éléments de la *première colonne du tableau* :

$a_n \quad a_{n-1} \quad b_1 \quad c_1 \quad \dots \quad z_1$

- *Deuxième critère de Routh-Hurwitz* :

« Si l'un de ces éléments est *négatif*, on a *au moins une racine réelle positive* ou à *partie réelle positive*. Le système est alors instable »

« le *nombre de changements* de signe des éléments de la première colonne = *nombre de racines réelles positives* ou à *partie réelle positive* »

120

Exemple (i)

- Retour au procédé du deuxième ordre régulé avec un PI.
L'équation caractéristique du système en boucle fermée est :

$$s^3 + 2s^2 + (2 + K_r)s + \frac{K_r}{\tau_I} = 0$$

- Construction du tableau de Routh correspondant :

lignes	1	1	$2 + K_r$
2	2	$\frac{K_r}{\tau_I}$	$\frac{K_r}{\tau_I}$
3	$2(2 + K_r) - \frac{K_r}{\tau_I}$	$\frac{K_r}{\tau_I}$	0
4	$\frac{2}{\tau_I}$	$\frac{K_r}{\tau_I}$	

- Si $(2 + K_r) - \frac{K_r}{2\tau_I} < 0$, le troisième élément de la première colonne < 0
 \Rightarrow *système instable*

121

Exemple (ii)

- Supposons de plus que $\tau_I = 0.1$. Le troisième élément de la première colonne du tableau de Routh devient alors : $(2 + K_r) - 5K_r$
- Cette quantité s'annule pour : $K_r = 0.5$
- Cette valeur du gain du régulateur constitue une *condition critique* pour la stabilité du système.
- En appliquant le critère de Routh-Hurwitz, on trouve que :
 - si $K_r < 0.5$, tous les éléments de la première colonne du tableau de Routh sont *positifs* \Rightarrow le système est *stable*
 - si $K_r > 0.5$, le troisième élément de la première colonne du tableau de Routh est *négligatif* \Rightarrow le système est *instable*

122

Méthode du lieu des racines (i)

- L'exemple précédent met en évidence l'*influence du gain du régulateur sur la stabilité* du système en BF, donc sur les valeurs des racines de l'équation caractéristique :

$$s^3 + 2s^2 + (2 + K_r)s + 10K_r = 0$$

- Plus précisément, on aura :

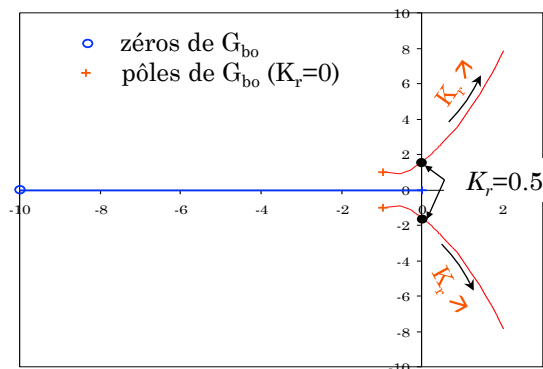
$$\begin{cases} \text{Re}(p_i) < 0 & \forall i \text{ si } K_r < 0.5 \\ \exists p_i / \text{Re}(p_i) > 0 & \text{si } K_r > 0.5 \end{cases}$$

- Toutefois, le critère de Routh-Hurwitz ne donne *aucune indication* sur les valeurs exactes des *racines de l'équation caractéristique* et ne permet donc pas de visualiser où l'on se situe dans le plan complexe.
- On imagine alors l'intérêt de tracer avec soin le *lieu des racines* de l'équation caractéristique ayant comme paramètre le gain K_r .

123

Méthode du lieu des racines (ii)

- $s^3 + 2s^2 + (2 + K_r)s + 10K_r = 0$ pour $K_r > 0$.



- 3 branches correspondant au lieu des 3 racines.

- Si $K_r > 0.5$, $\text{Re}(p_i) > 0$
 \Rightarrow système *instable en boucle fermée*.

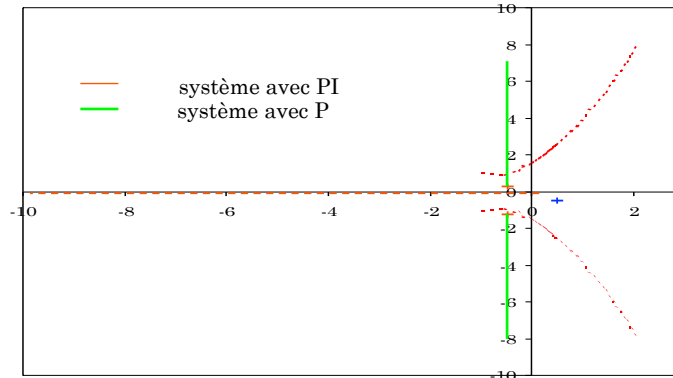
- Conclusions :

- Etude de la *stabilité* + renseignements sur la *dynamique de la réponse du système en BF*
- \Rightarrow méthode utilisée pour l'*optimisation* du fonctionnement d'un régulateur dans une boucle.

124

Effet de l' action intégrale sur le lieu des racines

- Pour comparer, on a tracé le lieu des racines du système en BF avec un régulateur simplement P



- Conclusions : *effet déstabilisant de l' action intégrale.*
- Le système avec un simple régulateur P est *inconditionnellement stable* (pas de racines de l' EC dans le plan de droite $\forall K_r$), avec un régulateur PI, il n' est *stable* que pour $K_r < 0.5$.

125

Méthode fréquentielle (substitution)

- Technique de recherche de la *valeur du gain qui déstabilise le système.*
- i.e. le $K_{r,m}$ pour lequel les racines de l' équation caractéristique sont situées sur l' *axe imaginaire* : $K_{r,m} / s = j\omega$
- On remplace donc s par $j\omega$ dans l' EC et on résoud l' équation :

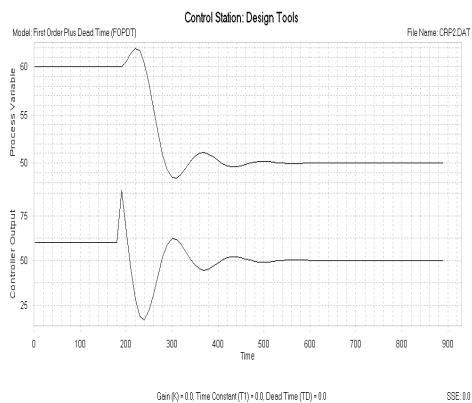
$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{5}{2}}, \quad K_r = 0.5$$

- Pour $K_r < K_{r,m}$, le système est stable, pour $K_r > K_{r,m}$, le système est instable.
- Pour cette valeur limite du gain, $K_{r,m}$, le système soumis à une variation d' entrée de type *échelon*, présenterait une sortie montrant des *oscillations entretenues*.

126

Contrôle - Commande de Procédés

Chapitre V : réglage d'un régulateur



Régulateur	K_r	τ_I	τ_D
P	5.28		
PI	4.53	49.78	
PID	6.84	48.21	7.44

127

3 questions essentielles

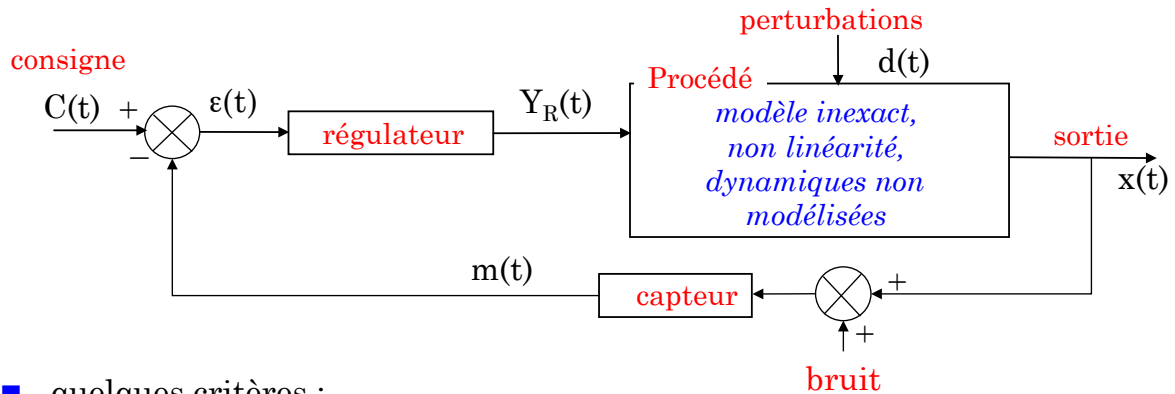
- Quels *critères de performance* utiliser ?
- Quel *type de régulateur* choisir ?
 - *P*
 - *PI*
 - *PID*
- Comment *réglér les paramètres* du régulateur ?

128

Généralités sur les critères de performance (i)

- Rappel du rôle du régulateur :

« *assurer que la réponse présente des caractéristiques dynamiques et stationnaires convenables* »



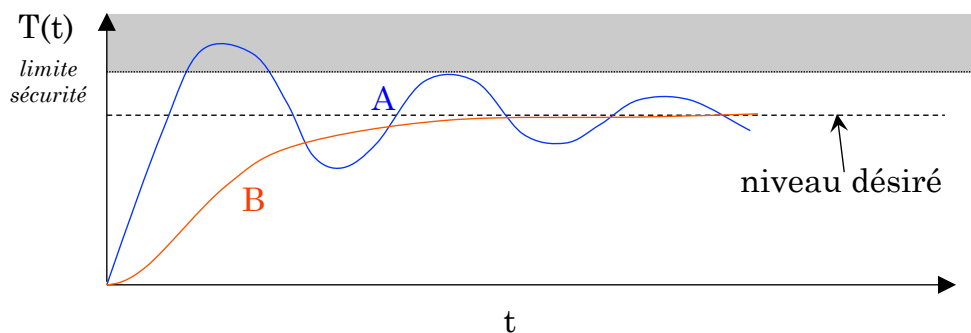
- quelques critères :

- influence des *perturbations minimales*,
- réponse *rapide*, ou *ne jamais dépasser la consigne*.
- *Robustesse*

129

Exemple pratique

- Exemple : régulation de la température dans un réacteur



- Conditions de sécurité : éviter les oscillations trop importantes

- ⇒ réponse A *indésirable*

- Critère de performance : réponse *non-oscillatoire*, la plus *rapide* possible (critiquement amortie).

130

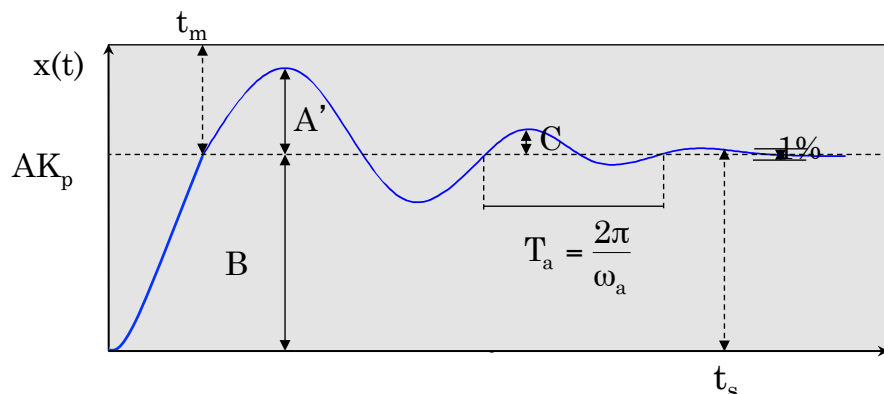
Les différents types de critères de performance

- On distingue 2 types de critères de performance :
 - critères *statiques*
 - critères *dynamiques*
- 1) Critère statique : *erreur à l'infini (offset) = 0*
 - *impossible* avec un régulateur *P*
 - \Rightarrow utilisation de l'effet *intégral* pour annuler l'offset.
- 2) Critères dynamiques : 2 types
 - critères *simples* basés sur *quelques points* (approximatifs). Ex : $C/A' = 1/4$
 - critères *plus complexes* mais *plus précis*, qui utilisent la réponse du système en BF depuis le temps initial jusqu'à un temps t très long.

131

Les critères de performance dynamiques simples

- Quelques critères de performance dynamiques *simples* :
 - pas d'oscillations $\Leftrightarrow A'/B = 0$
 - réponse rapide $\Leftrightarrow t_m$ ou t_s faible
 - rapport de décroissance : $C/A' = 1/4$



132

Les critères d'intégrale d'erreur

- Critères de performance basés sur la réponse du système en boucle fermée : les *critères d'intégrale d'erreur*

- Les plus utilisés (avec $\varepsilon(t) = x_c(t) - m(t)$) :

- *Intégrale du Carré de l'Erreur* :
$$\text{ICE} = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt$$

- *Intégrale de la valeur Absolue de l'Erreur* :
$$\text{IAE} = \int_0^{\infty} |\varepsilon(t)| dt$$

- *Intégrale de la valeur Absolue de l'Erreur pondérée par le Temps* :

$$\text{ITAE} = \int_0^{\infty} t|\varepsilon(t)| dt$$

133

Choix du critère d'intégrale d'erreur

- Le problème de réglage du régulateur revient à présent à **minimiser** l'une des trois intégrales : **ICE**, **IAE** ou **ITAE**.

« Quel critère **choisir** parmi les trois ? »

- La réponse à cette question dépend :

- des **caractéristiques du système** que l'on veut contrôler,
- des **exigences** que l'on impose sur la **réponse du système** en BF.

- Exemple :

- supprimer des **erreurs importantes** ($\varepsilon > 1$) \Rightarrow **ICE** est mieux que **IAE**,
- supprimer des **erreurs faibles** ($\varepsilon < 1$) \Rightarrow **IAE** est mieux que **ICE**,
- supprimer des **erreurs persistantes** \Rightarrow **ITAE** est le meilleur choix.

134

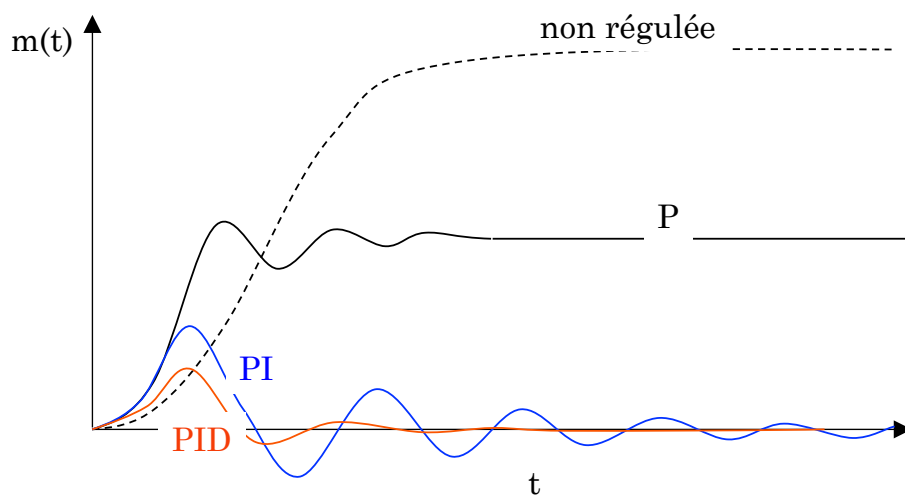
Choix du régulateur

- *Quel régulateur choisir* (P, PI, PID) pour contrôler un procédé donné ?
- Il existe une *procédure systématique* :
 - *Définir un critère de performance* (ICE, IAE ou ITAE) approprié aux exigences que l'on veut imposer,
 - *minimiser la valeur du critère* de performance dans les trois configurations de régulateur (P, PI, PID) $\Rightarrow (K_r), (K_r, \tau_I), (K_r, \tau_I, \tau_D)$ optimaux,
 - *sélectionner le régulateur* qui minimise la valeur du critère de performance.
- *Inconvénients* de cette procédure :
 - Calculs *fastidieux*
 - S'appuie sur des *modèles* forcément *imparfaits*,
 - *ambigu* : quelle variation d'entrée choisir : consigne ou perturbation ?

135

Rappel des conclusions sur les effets P, I et D

- Réponse à un échelon de perturbation



136

Choix pratique du régulateur

- Conclusions : *théoriquement*, PID est le meilleur. Mais : *réglage complexe* \Leftarrow trois paramètres à régler.
- En pratique : trouver un *compromis* entre la qualité de la réponse que l'on désire et la complexité du réglage du régulateur que l'on utilise.
 - 1) Si possible, utiliser un simple régulateur P.
 - » Si $C(\infty) - m(\infty)$ *reste faible*, même pour K_r petit.
 - » S'il y a *déjà un intégrateur* dans le procédé.
 - 2) Sinon, utiliser un régulateur PI.
 - » Surtout quand la *réponse du procédé en BO est très rapide* (\Rightarrow le ralentissement dû à l'effet I n'est alors pas pénalisant).
 - 3) Sinon, utiliser un régulateur PID
 - » Procédés à *réponse lente en BO*, oscillatoire avec un PI
 - » permet d'utiliser des *gains plus forts* pour avoir une réponse plus rapide.

137

Conseils pratiques

- *Régulation de débit* :
 - réponse rapide, retard négligeable, perturbations de type bruit à haute fréquence \Rightarrow *action dérivée inutilisable*
 - \Rightarrow *utiliser un PI*
- *Régulation de niveau liquide* :
 - Système intégrateur \Rightarrow ~~I~~, un simple *régulateur P suffit*.
 - Un réservoir sert en général de *tampon* qui doit gommer les fluctuations de débit dans une installation \Rightarrow le débit doit être le plus *stable possible* \Rightarrow bien ajuster le gain du régulateur.
 - Si le réservoir est le siège de *transfert de chaleur* (bouilleur, évaporateur) \Rightarrow modèle plus complexe \Rightarrow *régulateur PID*

138

Conseils pratiques

- *Régulation de pression de gaz* :
 - S'il s'agit d'une *vapeur en équilibre* avec un liquide : *régulation très difficile*.
 - S'il s'agit d'un *gaz seul* : en général il suffit de se maintenir *aux alentours d'une consigne* et un *régulateur P* suffit (ou PI avec un temps intégral long).

- *Régulation de température* :
 - En général très *complexes* et très *variés*.
 - Présence d'un *retard* $\Rightarrow K_r$ nécessairement faible.
 - Choix d'un *PID*, plus rapide et robuste qu'un PI

- *Régulation de composition* :
 - Présence de *retards* très élevés.
 - *Bruit de mesure* souvent important.
 - Le choix d'un *PID* s'impose.

139

Les différentes méthodes de réglage d'un régulateur

- Il reste maintenant à *régler* les paramètres du *régulateur* que l'on vient de choisir. Il existe trois approches :
 - 1) Utiliser des *critères de performance simples*, faciles à mettre en place sur une installation industrielle. On sélectionne ensuite le jeu de valeurs des paramètres ajustés.

 - 2) Utiliser des *critères d'intégrales d'erreur*, plus précis, mais plus lourds à manipuler et à mettre en place sur un système industriel.

 - 3) Utiliser des *règles semi-empiriques* déduites de la pratique.

140

Réglage par essai-erreur

- Réglage typique du PID « sur le terrain ».
- Procédure :
 - 1) Régulateur en *mode P* uniquement,
 - 2) on prend K_r *faible* et on met le régulateur en mode automatique. On effectue un échelon de consigne,
 - 3) on *augmente* K_r par petits incréments jusqu' à obtenir des *oscillations entretenues* en sortie du régulateur. $K_r \rightarrow K_{ru}$ (gain ultime),
 - 4) on *réduit* le gain d ' un facteur 2,
 - 5) on *diminue* τ_I par petits incréments jusqu' à avoir une nouvelle *oscillation entretenue*. On fixe alors la valeur de $\tau_I = 3\tau_{Iu}$,
 - 6) on *augmente* τ_D par petits incréments, jusqu' à l ' obtention d ' oscillations et on fixe la valeur de $\tau_D = \tau_{Du}/3$.

141

Méthode d' oscillation entretenue

- Méthode développée par Ziegler et Nichols, 1942.
- Variante de la méthode précédente : on détermine le gain ultime K_{ru} ainsi que la période ultime T_u (période d ' oscillation entretenue).
- On utilise alors les réglages suivants recommandés par Ziegler et Nichols :

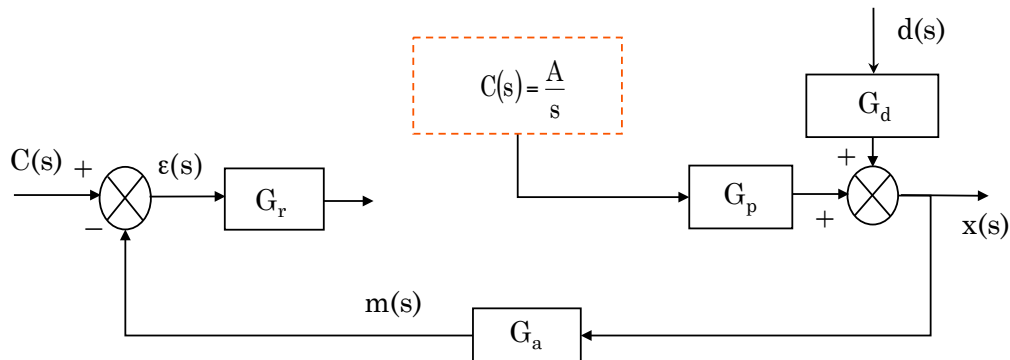
Régulateur	K_r	τ_I	τ_D
P	$0.5 K_{ru}$		
PI	$0.45 K_{ru}$	$T_u/1.2$	
PID	$0.6 K_{ru}$	$T_u/2$	$T_u/8$

- Réglages empiriques basés sur un rapport de décroissance $(C/A') = 1/4$.

142

Méthode de la courbe de réaction du procédé (i)

- Méthode développée par Cohen et Coon, 1953.
- On considère le système de régulation suivant, qui a été ouvert en déconnectant le régulateur de l'actionneur :



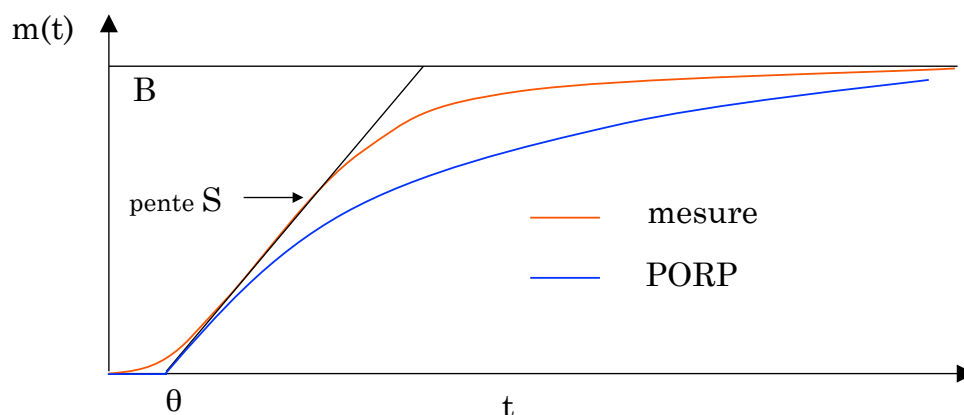
- On introduit un échelon de « consigne » d'amplitude A à l'entrée de l'actionneur. On enregistre $m(t)$.

143

Méthode de la courbe de réaction du procédé (ii)

- On observe alors en général une réponse de type sigmoïdale que l'on peut approximer par un système du premier ordre avec retard pur (PORP) :

$$G_{\text{crp}}(s) = \frac{M(s)}{C(s)} \approx \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$



144

Méthode de la courbe de réaction du procédé (iii)

- Il faut estimer *trois* paramètres :

- $K = \frac{\text{sortie à l'état stationnaire}}{\text{amplitude de l'échelon d'entrée}} = \frac{B}{A}$
- $\tau = \frac{B}{S}$ avec S = pente de la sigmoïde au point d'inflexion
- θ , lu sur la figure.

- Cohen et Coon ont alors utilisé les critères de performance suivants :

- $C/A' = 1/4$,
- *Erreur à l'infini minimale*,
- *minimiser ICE*.

145

Méthode de la courbe de réaction du procédé (iv)

- Ils recommandent alors les réglages suivants :

Régulateur	K_r	τ_I	τ_D
P	$K_r = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(1 + \frac{\theta}{3\tau}\right)$		
PI	$K_r = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(0.9 + \frac{\theta}{12\tau}\right)$	$\tau_I = \theta \frac{30 + 3\theta/\tau}{9 + 20\theta/\tau}$	
PID	$K_r = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(\frac{4}{3} + \frac{\theta}{4\tau}\right)$	$\tau_I = \theta \frac{32 + 6\theta/\tau}{13 + 8\theta/\tau}$	$\tau_D = \theta \frac{4}{11 + 2\theta/\tau}$

- Ces valeurs *ne doivent pas être considérées comme définitives*, mais comme *point de départ* du réglage du régulateur.
- Elles donnent d'excellents résultats lorsque $\tau/\theta \gg 1$

146